

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 16/06/2017

Traccia A

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup> *f
2	16	32	8,00	0,6931	11,0904	4	64
5	22	110	4,40	1,6094	35,4076341	25	550
9	15	135	1,67	2,1972	32,9583687	81	1215
12	47	564	3,92	2,4849	116,7906	144	6768
	<b>100</b>	<b>841</b>	<b>17,98</b>	<b>6,9847</b>	<b>196,2470</b>		<b>8597</b>

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{841}{100} = 8,4100$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{100}{18,0} = 5,5607$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{196,2470}{100} = 1,9625 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 7,1169$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{8597}{100}} = 9,2720$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{50^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{51^\circ} : \text{me} = 9$$

$$\text{moda} = 12$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 8597/100 - 8,41^2 = 15,2419$$

## ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) *Quante parole, anche prive di significato, posso creare utilizzando ogni volta tutte le lettere contenute nel termine "INFORMATICA"?*

Applico la formula per le Permutazioni di 11 elementi con ripetizione (ci sono 2 I e 2 A):

$$P_{10}^{(z, z)} = \frac{11!}{2! * 2!} = \frac{39.916.800}{4} = 9.979.200$$

b) *In quanti modi diversi un negoziante può disporre 8 oggetti diversi nella sua vetrina?*

Si tratta di un caso di Permutazione semplice di 8 oggetti:

$$P_8 = 8! = 40.320$$

## ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,25$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,3164
1	0,4219
2	0,2109
3	0,0469
4	0,0039
	1

$$\text{Media} = np = 1$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,75$$

## ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
```

```
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
```

```
dbinom(k, 4, 0.25)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
```

```
barplot(dbinom(k,4,0.25), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

## ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
```

```
dati=c(21, 44, 54, 16, 25, 16, 33, 30)
```

```
# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
```

```
# H0: mu=30                    H1: mu!=30
```

```
t.test(voti, mu=30, alternative="two.sided", conf.level=0.99)
```

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 16/06/2017

Traccia B

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup> *f
3	25	75	8,33	1,0986	27,4653	9	225
6	30	180	5,00	1,7918	53,7528	36	1080
7	19	133	2,71	1,9459	36,9723	49	931
11	46	506	4,18	2,3979	110,3032	121	5566
	<b>120</b>	<b>894</b>	<b>20,23</b>	<b>7,2342</b>	<b>228,4936</b>		<b>7802</b>

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{894}{120} = 7,4500$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{120}{20,2} = 5,9319$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{228,4936}{120} = 1,9041 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 6,7135$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{7802}{120}} = 8,0633$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{60^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{61^\circ} : \text{me} = 7$$

$$\text{moda} = 11$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 7802/120 - 7,45^2 = 9,5142$$

## ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) *In quante maniere possono classificarsi sul podio 10 piloti di Moto GP?*

Calcolo le Disposizioni semplici di 10 elementi in gruppi di 3:

$$D_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{3.628.800}{5.040} = 720$$

b) *E se al primo posto volessimo sempre Valentino Rossi?*

Calcolo le Disposizioni semplici di 9 elementi in gruppi di 2:

$$D_{9,2} = \frac{9!}{(9-2)!} = \frac{362.880}{5.040} = 72$$

## ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,5$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,0625
1	0,2500
2	0,3750
3	0,2500
4	0,0625
	1

$$\text{Media} = np = 2$$
$$\text{Varianza} = npq = 1$$

## ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
```

```
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
```

```
dbinom(k, 4, 0.5)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
```

```
barplot(dbinom(k,4,0.5), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

## ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
```

```
dati=c(42, 63, 58, 67, 35, 98, 45, 55)
```

```
# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
```

```
# H0: mu=58                    H1: mu!=58
```

```
t.test(voti, mu=58, alternative="two.sided", conf.level=0.99)
```

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 16/06/2017

Traccia C

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup> *f
12	26	312	2,17	2,4849	64,6076	144	3744
14	11	154	0,79	2,6391	29,0296	196	2156
18	23	414	1,28	2,8904	66,4786	324	7452
21	20	420	0,95	3,0445	60,8904	441	8820
	<b>80</b>	<b>1300</b>	<b>5,18</b>	<b>11,0589</b>	<b>221,0062</b>		<b>22172</b>

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1300}{80} = 16,2500$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{80}{5,2} = 15,4364$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{221,0062}{80} = 2,7626 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 15,8406$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{22172}{80}} = 16,6478$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{40^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{41^\circ} : \text{me} = 18$$

$$\text{moda} = 12$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 22172/80 - 16,25^2 = 13,0875$$

## ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) Quanti numeri di 5 cifre posso creare anche usando più volte ogni cifra? (Valgono anche i casi con lo zero davanti, ad es. 00001, 01234, ecc.)

Calcolo le Disposizioni semplici di 10 elementi in gruppi di 5 con ripetizione:

$$D'_{10,3} = 10^5 = 100.000$$

b) In quanti modi diversi 8 amici possono viaggiare su un'auto con 4 posti? (A prescindere dall'ordine in cui si siedono)

Si tratta di un caso di Combinazione semplice di 8 elementi presi in gruppi di 4:

$$C_{8,4} = \binom{8}{4} = 70$$

## ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,23$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,3515
1	0,4200
2	0,1882
3	0,0375
4	0,0028
	1

$$\text{Media} = np = 0,92$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,7084$$

## ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
```

```
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
```

```
dbinom(k, 4, 0.23)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
```

```
barplot(dbinom(k,4,0.23), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

## ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
```

```
dati=c(51, 63, 80, 43, 55, 88, 60, 40)
```

```
# EFFETTUA IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
```

```
# H0: mu=40          H1: mu!=40
```

```
t.test(voti, mu=40, alternative="two.sided", conf.level=0.99)
```

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 16/06/2017

Traccia D

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup> *f
5	47	235	9,40	1,6094	75,6436	25	1175
6	21	126	3,50	1,7918	37,6269	36	756
9	22	198	2,44	2,1972	48,3389	81	1782
10	20	200	2,00	2,3026	46,0517	100	2000
	<b>110</b>	<b>759</b>	<b>17,34</b>	<b>7,9010</b>	<b>207,6612</b>		<b>5713</b>

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{759}{110} = 6,9000$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{110}{17,3} = 6,3421$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{207,6612}{110} = 1,8878 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 6,6050$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{5713}{110}} = 7,2067$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{55^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{56^\circ} : \text{me} = 6$$

$$\text{moda} = 5$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 5713/110 - 6,9^2 = 4,3264$$

## ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) *Quante parole, anche prive di significato, posso creare usando tutte le lettere contenute nella parola "MOUSE"?*

Si tratta di un caso di Permutazione semplice di 5 elementi:

$$P_5 = 5! = 120$$

b) *E quante parole di 3 caratteri, anche ripetuti, posso creare usando solo le lettere contenute nella parola "MOUSE"?*

Si tratta di un caso di Disposizione con ripetizione di 5 elementi presi in gruppi di 3:

$$D'_{5,3} = 5^3 = 125$$

## ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,12$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,5997
1	0,3271
2	0,0669
3	0,0061
4	0,0002
	1

$$\text{Media} = np = 0,48$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,4224$$

## ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
```

```
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
```

```
dbinom(k, 4, 0.12)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
```

```
barplot(dbinom(k,4,0.12), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

## ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
```

```
dati=c(12, 11, 21, 15, 24, 15, 11, 10)
```

```
# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
```

```
# H0: mu=15                    H1: mu!=15
```

```
t.test(voti, mu=15, alternative="two.sided", conf.level=0.99)
```