

Firma dello studente \_\_\_\_\_

Analisi Matematica 1 (Corso di Laurea in Informatica e Bioinformatica) —  
24.02.2012

Tempo: 3 ore.

**Prima parte: test a risposta multipla.** Una ed una sola delle 4 affermazioni è corretta. Indicatela con una croce. È consentita una sola correzione per ogni domanda; per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio. Non si richiede la giustificazione della risposta data. Risposta esatta: 1.5 punti; risposta sbagliata: - 0.25 punti; risposta non data: 0 punti.


 **Test 1:** Uno solo dei quattro integrali impropri è convergente: quale?

(A)  $\int_0^1 \frac{x}{\tan(x^2/2)} dx$      (B)  $\int_0^1 \frac{1}{\log(\sin x + 1)} dx$      (C)  $\int_0^1 \frac{1}{\sin \sqrt{x}} dx$      (D)  $\int_0^1 \frac{1}{e^{2x} - 1} dx$

 **Test 2:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{2x}}{\sin 3x}$$


(A) 0     (B)  $\frac{1}{3}$      (C)  $\frac{2}{3}$      (D)  $-\frac{1}{3}$

 **Test 3:** Le soluzioni dell'equazione

$$(\bar{z} - i)^3 = 8i$$

sono?

(A)  $z_1 = \sqrt{3} + i, z_2 = -\sqrt{3} + i, z_3 = -2i$      (B)  $z_1 = z_2 = \sqrt{3} + i, z_3 = -3i$   
 (C)  $z_1 = \sqrt{3} - 2i, z_2 = -\sqrt{3} - 2i, z_3 = i$      (D)  $z_1 = \sqrt{3} + 2i, z_2 = -\sqrt{3} + 2i, z_3 = -i$

 **Test 4:** Sia  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2 \cos x}{y^2} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora  $y(\pi) =$


(A)  $\sqrt[3]{7}$      (B)  $-\sqrt[3]{5}$      (C) 0     (D) 1

 **Test 5:** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile con derivata continua tale che  $f(2) = 0$ . Allora

$$\int_0^1 \frac{f(x+1)}{x+1} dx$$

vale?

(A)  $-\int_0^1 f'(x+1) \log(x+1) dx$      (B)  $\log 2 - \int_0^1 f'(x+1) \log(x+1) dx$   
 (C)  $-\int_0^1 f'(x+1) dx$      (D)  $\log 2 - \int_0^1 f'(x+1) dx$


 **Test 6:** Sia  $f(x) = \sqrt{x+1}$  e  $g(x) = \frac{1-x}{1+x}$ . Allora l'insieme su cui è definita la funzione composta  $(f \circ g)$  è?

(A)  $x = -1$      (B)  $x > -1$      (C)  $x \neq -1$      (D)  $x < -1$

 **Esercizio (4 punti)**

Si calcoli

$$\int_0^{\pi^2} (2e^{\sqrt{x}} + 4 \sin \sqrt{x}) dx$$

 **Esercizio (4 punti)**

Studiare la convergenza della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^{\alpha} + 1) \arctan \left( e^{\frac{1}{4n}} - 1 \right)$$


al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

 **Esercizio (8 punti)**

Si studi la seguente funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x-3}{\sqrt{x}-1}\right)$$

e se ne rappresenti il grafico. Non è richiesto lo studio della derivata seconda. (Il logaritmo si intende in base  $e$ ).

 **Tema: (5 punti)**

Scegliere uno dei due teoremi fondamentali del calcolo integrale: esporre l'enunciato chiarendo il significato dei termini che vi compaiono e le conseguenze principali di tale teorema.