STIMA DEI PARAMETRI

STIMA PER INTERVALLO

La tecnica inferenziale della STIMA PER INTERVALLO ha lo scopo di fissare un intervallo entro il quale si trovi, con la probabilità assegnata (: ***1-α***), il valore vero del parametro ***γ*** incognito della popolazione.
Se questa probabilità ***1-α*** è vicina ad *uno*, allora si ottiene un intervallo che contiene quasi certamente il parametro. Invece la probabilità di estrarre un campione il cui intervallo non contenga il parametro è ***α*** e quindi è piccola: ***α*** esprime la misura del rischio di errore, ovvero la probabilità di sbagliare.

INTERVALLO DI CONFIDENZA o *INTERVALLO FIDUCIARIO*

$$1-\alpha = P\{\gamma_1 < \gamma < \gamma_2\}$$

La quantità ***(1-α)*** è il Coefficiente di confidenza.

Gli estremi γ_1 e γ_2 sono i Limiti di confidenza.

INTERVALLO DI CONFIDENZA per la Media $\boldsymbol{\mu}$ *della popolazione*

$$1-\alpha = P\{\mu_1 < \mu < \mu_2\}$$

<u>Se</u> la Media campionaria m si distribuisce NORMALMENTE, allora

$$1-\alpha = P\left\{-u_{\frac{\alpha}{2}} < u < +u_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$$

Dove $u = u_m = \dfrac{m-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ (nel caso di campione casuale CON ripetizione), quindi sostituendo si ottiene:

$$1-\alpha = P\left\{-u_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{m-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < +u_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$$

Da cui, effettuando alcuni passaggi algebrici ai fini di *isolare* $\boldsymbol{\mu}$, si ottiene la formula finale dell' *INTERVALLO DI CONFIDENZA* per la Media $\boldsymbol{\mu}$ della popolazione:

$$1-\alpha = P\left\{m-u_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < m+u_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right\}$$

Invece, nel caso di campione casuale SENZA ripetizione e popolazione di dimensione N finita, nella formula della *Var(**m**)* bisogna tener conto del fattore di correzione, quindi:

$$u = u_m = \frac{m-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}$$

Da sostituire nella formula:

$$1-\alpha = P\{\mu_1 < \mu < \mu_2\} = P\left\{-u_{\frac{\alpha}{2}} < u < +u_{\frac{\alpha}{2}}\right\} = P\left\{-u_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{m-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}} < +u_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$$

Da cui, effettuando alcuni passaggi algebrici ai fini di *isolare* **μ**, si ottiene la formula finale dell' *INTERVALLO DI CONFIDENZA* per la Media **μ** della popolazione:

$$1-\alpha = P\left\{m - u_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < m + u_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right\}$$

<u>Se</u> la Media campionaria m <u>standardizzata</u> si distribuisce come una v.c. ***t*** *di Student,* allora

$$1-\alpha = P\left\{-t_{\frac{\alpha}{2}} < t < +t_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$$

Dove $t = t_m = \frac{m-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$, quindi sostituendo si ottiene:

$$1-\alpha = P\left\{-t_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{m-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} < +t_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$$

Da cui, effettuando alcuni passaggi algebrici ai fini di *isolare* **μ**, si ottiene la formula finale dell' *INTERVALLO DI CONFIDENZA* per la Media **μ** della popolazione:

$$1-\alpha = P\left\{m - t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < m + t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right\}$$

INTERVALLO DI CONFIDENZA per la Varianza $\boldsymbol{\sigma^2}$ della popolazione, nel caso di popolazione Normale

$$1-\alpha = P\left\{\sigma_1^2 < \sigma^2 < \sigma_2^2\right\}$$

Poiché, se la popolazione d'origine è Normale la Varianza campionaria $\boldsymbol{S^2}$ si distribuisce come una *v.c. chi-quadrato*, a meno di una coefficiente di proporzionalità, allora si può scrivere:

$$1-\alpha = P\left\{\chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} < \chi^2 < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$$

Dove $\chi^2 = \frac{S^2 \cdot \nu}{\sigma^2}$, quindi sostituendo si ottiene:

$$1-\alpha = P\left\{\chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} < \frac{S^2 \cdot \nu}{\sigma^2} < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$$

Da cui, effettuando alcuni passaggi algebrici ai fini di *isolare* $\boldsymbol{\sigma^2}$, si ottiene la formula finale dell' *INTERVALLO DI CONFIDENZA* per la Varianza $\boldsymbol{\sigma^2}$ della popolazione:

$$1-\alpha = P\left\{\frac{S^2 \cdot \nu}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}} < \sigma^2 < \frac{S^2 \cdot \nu}{\chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}}\right\}$$