INDICI DI LOCALIZZAZIONE O MEDIE

In ogni insieme di dati i valori tendono a raggrupparsi attorno ad un valore centrale: le MEDIE sono quei valori centrali che esprimono l'ordine di grandezza assunto dal fenomeno in osservazione.

- **MEDIE POTENZIATE O ALGEBRICHE O ANALITICHE: media aritmetica; media armonica; media geometrica; media quadratica; media cubica; media potenziate.**

Medie *lasche*:

- **MEDIE DI POSIZIONE: Mediana e Percentili.**

- **Moda.**

INDICI DI VARIABILITA'

INDICI DI FORMA

Le MEDIE POTENZIATE o ALGEBRICHE sono *invarianti* rispetto alla funzione definita sui dati:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(m, m, \ldots, m)$$

Definizione di media "m" secondo Chisini: data la variabile X che assume i valori $x_1, x_2, \ldots, x_n$ si definisce media "m" quella grandezza che, sostituita a ciascun termine della distribuzione, lascia inalterato il risultato della funzione *f* applicata ai valori della distribuzione.

Se la funzione f è la **somma delle r-me potenze dei dati**, allora si ottengono le MEDIE POTENZIATE di ordine *r* (m_r):

nel caso di dati semplici:

$$m_r = \sqrt[r]{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^r}{n}}$$

Nel caso di dati ponderati:

$$m_r = \sqrt[r]{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^r f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}$$

LA MEDIA ARITMETICA m

La MEDIA ARITMETICA appartiene all'insieme delle Medie Algebriche, le quali godono della proprietà di essere *invarianti* rispetto alla funzione definita sui dati:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(m, m, \ldots, m)$$

In particolare la MEDIA ARITMETICA è *invariante* rispetto alla funzione "somma":

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = m + m + \ldots + m$$

Definizione di MEDIA ARITMETICA: la media aritmetica di un insieme di valori è quella quantità che, sostituita a ciascun termine della distribuzione, lascia inalterato il totale.

Considerando la *somma* come *somma delle r-me potenze dei dati, con* ***r=1***, la MEDIA ARITMETICA coincide con la **MEDIA POTENZIATA di ordine r=1**.

Se si tratta di variabile discreta e dati semplici:

$$\mathbf{m}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Se si tratta di variabile discreta e dati ponderati:

$$\mathbf{m}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Se si tratta di variabile continua divisa in classi:

$$\mathbf{m}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^c f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

ESERCIZIO

Gli abbonati X ad un giornale negli ultimi anni Z sono stati i seguenti (in migliaia):

Anno Z	*X*
1990	10
1991	14
1992	18
1993	20
1994	22
1995	25
1996	30
1997	32
1998	36

Determinare la media aritmetica della variabile X.

SOLUZIONI

Anno Z	*X*
1990	10
1991	14
1992	18
1993	20
1994	22
1995	25
1996	30
1997	32
1998	36
	207

n=9

M(X)=207/9=23

ESERCIZIO

Sui seguenti valori

x	f(x)
1	20
2	80
4	50
6	30
7	10

Determinare la media Aritmetica.

SOLUZIONI

x	f(x)	x*f(x)
1	20	20
2	80	160
4	50	200
6	30	180
7	10	70
	190	630

M.Aritmetica=630/190=3,32

ESERCIZIO

Sui seguenti valori

x	f(x)
$x \leq 2$	5
$2 < x \leq 4$	60
$4 < x \leq 6$	355
$6 < x \leq 8$	70
$x > 8$	10

a) Calcolare la media aritmetica della variabile X (per $x \leq 2$ porre $x=1$; per $x>8$ porre $x=10$);

SOLUZIONI

x	f(x)	x^c	xc*f(x)
x≤2	5	1	5
2<x≤4	60	3	180
4<x≤6	355	5	1775
6<x≤8	70	7	490
x>8	10	10	100
			2550

a)
M.Aritmetica=2550/500=5,1

LE **PROPRIETA'** DELLA **MEDIA ARITMETICA**

SCARTO da A: (x_1-A), (x_2-A), (x_3-A), …, (x_n-A)

A) La somma degli scarti dalla media aritmetica è nulla.

Nel caso di DATI SEMPLICI: $\sum_{i=1}^{n}(x_i - m) = (x_1 - m) + (x_2 - m) + \ldots + (x_n - m) =$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i - nm = = \sum_{i=1}^{n} x_i - n\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = 0$$

Nel caso di DATI PONDERATI: $\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)f_i = (x_1 - m)f_1 + (x_2 - m)f_2 + \ldots + (x_n - m)f_n =$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i f_i - m\sum_{i=1}^{n} f_i = \sum_{i=1}^{n} x_i f_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}\sum_{i=1}^{n} f_i = 0$$

ESERCIZIO

La degenza ospedaliera di 10 pazienti affetti da una certa patologia, espressa in giorni, è stata la seguente: 8, 15, 6, 12, 4, 19, 5, 22, 13, 17.
Verificare la *I Proprietà* della media aritmetica.

x_i	(x_i-m)
8	-4,1
15	2,9
6	-6,1
12	-0,1
4	-8,1
19	6,9
5	-7,1
22	9,9
13	0,9
17	4,9
121	0

m=12,1

ESERCIZIO

Sui seguenti valori

x	f(x)
x≤ 2	5
2<x≤ 4	60
4<x≤ 6	355
6<x≤ 8	70
x>8	10

b) Calcolare la media aritmetica della variabile X (per x≤2 porre x=1; per x>8 porre x=10);
c) Verificare la proprietà di cui gode la somma degli scarti dalla media aritmetica.

SOLUZIONI

x	f(x)	x^c	xc*f(x)	(x-M(x))*f(x)
x≤2	5	1	5	-20,5
2<x≤4	60	3	180	-126
4<x≤6	355	5	1775	-35,5
6<x≤8	70	7	490	133
x>8	10	10	100	49
			2550	0

a)
M.Aritmetica=2550/500=5,1

b) I proprietà della Media Aritmetica: Σ(x-M(x))f(x)=0

B) La somma dei quadrati degli scarti dalla media aritmetica è minima

Nel caso di DATI SEMPLICI: $\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)^2 = \min$

Nel caso di DATI PONDERATI: $\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)^2 f_i = \min$

ESERCIZIO

Verificare le due **proprietà della media aritmetica** sui seguenti valori:

x	f(x)
5	40
15	30
25	20
35	10

SOLUZIONI

x	f(x)	x*f(x)	(x-M(x))*f(x)
5	40	200	-400
15	30	450	0
25	20	500	200
35	10	350	200
	100	1500	0

M(x)=1500/100=15

I proprietà della Media Aritmetica: Σ(x-M(x))f(x)=0

$(x-M(x))^2$*f(x)	$(x-10)^2$*f(x)
4000	1000
0	750
2000	4500
4000	6250
10000	12500

II proprietà della Media Aritmetica: $\Sigma(x-M(x))^2 f(x)$ minima, ovvero: la Devianza dalla Media Aritmetica è minima.
Per verificare tale proprietà: ogni devianza calcolata da un generico valore ***a*** diverso da M(x)=15 (ad es. ***a=10***) deve risultare maggiore della Devianza da M(x).