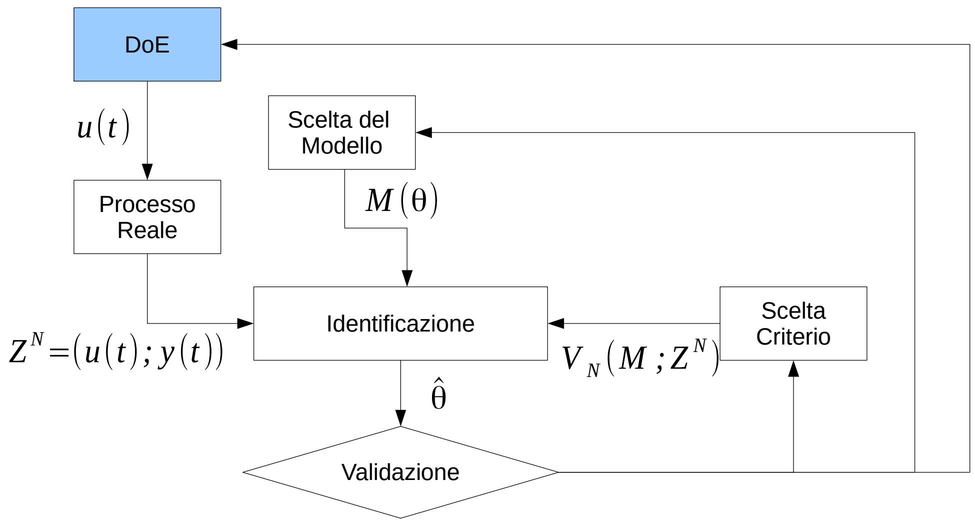
Design of Experiment

Principali serie in ingresso

- Rumore Bianco
- Costante
- Gradino
- Rampa
- Principali Requisiti

Processo di identificazione



Rumore Bianco Gaussiano

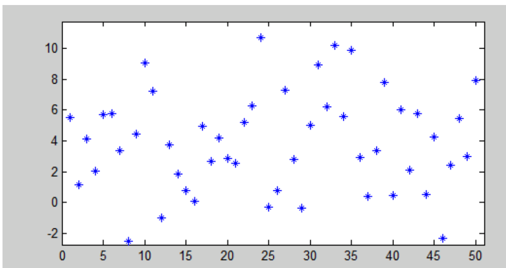
- Formula

$$u(t) \sim WGN(\mu;\lambda) \quad t=1..\mathrm{N}$$

- Parametri

  μ: *valore atteso*

  λ: *varianza*



- Generazione in matlab

```
N = 50;
T = 1:N;
lambda = 10;
mu = 4;
u = randn(N,1)*sqrt(lambda) + mu;
```

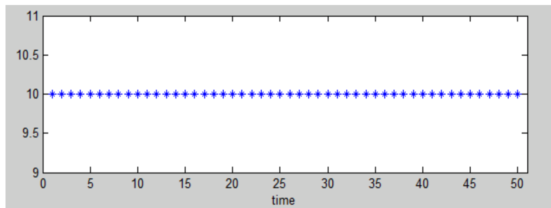

Ingresso Costante

- Formula

$$u(t)=u_o \quad t=1..\mathrm{N}$$

- Parametri

  u_o: *ampiezza*



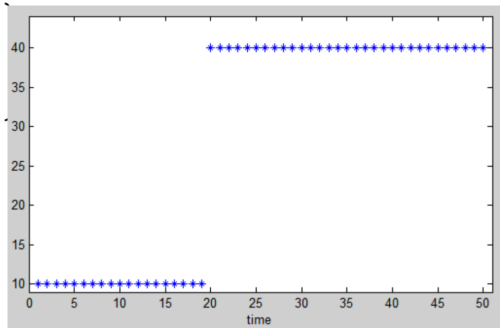
- Generazione in matlab

```
N = 50;
T = 1:N;
uo = 10;
u = ones(N,1)*uo;
```

Gradino

- Formula

$$u(t)=\begin{cases} u_0 & t=1..t_s-1 \\ u_f & t=t_s..N \end{cases}$$



- Parametri

u_0: *valore iniziale*
u_f: *valore finale*
t_s: *tempo di salto*

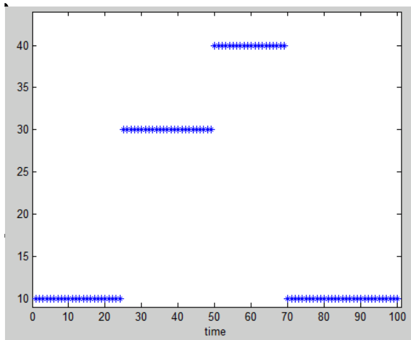
- Generazione in matlab

```
N = 50; T = 1:N;
uo = 10; uf = 40; ts = 20;
u = [uo*ones(ts-1,1); uf*ones(N-ts+1,1)];
```


Rampa

- Serie di gradini

$$u(t)=\begin{cases} L_1 & t=1..t_1-1 \\ L_2 & t=t_1..t_2-1 \\ \dots & \dots \\ L_S & t=t_{S-1}..N \end{cases}$$



- Parametri

A_i: *livelli* t_s: *tempi di salto*

- Generazione in matlab

```
N = 100; T = 1:N;
S = 4; L = [10 30 40 10]; ts = [25 50 70];
U = L(1)*ones(N,1);
for i=2:S-1,
    U(ts(i-1):(ts(i)-1)) = L(i);
end
U(ts(S-1):N) = L(S);
```


Requisiti del Segnale di ingresso

- Essere realizzabile

  deve esistere un meccanismo di generazione

- Essere sufficientemente informativo

  deve poter consentire la discriminazione
  fra i modelli in esame.

- Fornire un modello utile

  deve consentire di identificare un modello valido
  per simulare le condizioni di lavoro del sistema

Realizzabile

- I sistemi reali usati per generare i segnali
  - forniscono uscite limitate

    $$u(t)\in[u_{min};u_{max}]\,\forall t$$

  - non ammettono variazioni in uscita troppo repentine

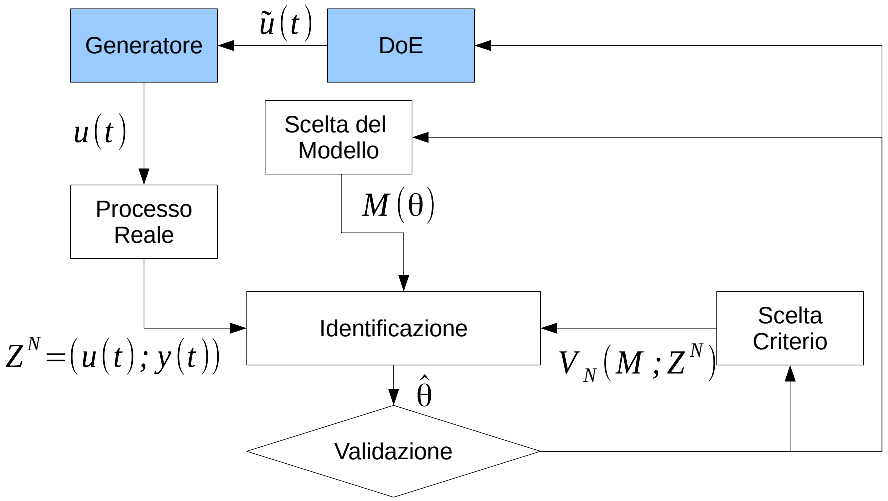
    $$|u(t)-u(t-1)|<\delta_u^{max}$$

  - hanno una determinata sensibilità in uscita

    $$|u(t)-u(t-1)|<\delta_u^{min}\rightarrow u(t)=u(t-1)$$

- Oss. Il rumore bianco è difficilmente realizzabile!
- Come verificare queste caratteristiche
  - Conoscenze a priori & buon senso
  - Prove sul generatore

DoE – segnali teorici e reali



Per l'identificazione si usa *u(t)*. ⇨ L'ingresso va misurato.

Sufficientemente eccitante

- *u(t)* deve rendere "visibili" le caratteristiche del modello
- Caratteristica tecnica: "persistente eccitazione"
- Esempio
  - Modelli: *ARX(1,1)* e *ARX(1,2)*

$$\hat{y}(t|t-1) = a_1 y(t-1) + b_1 u(t-1)$$
$$\hat{y}(t|t-1) = a_1 y(t-1) + b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2)$$

  - Indistinguibili se uso un segnale costante

$$u(t) = u_0 \quad \rightarrow \quad \hat{y}(t|t-1) = a_1 y(t-1) + b_1 u_0$$
$$u(t) = u_0 \quad \rightarrow \quad \hat{y}(t|t-1) = a_1 y(t-1) + (b_1 + b_2) u_0$$

Fornire modelli utili

- Fatti: tipicamente i sistemi possono essere
  - Non lineari.
  - Principalmente usati in N_p "punti di lavoro" noti.

$$P = \{(\bar{u}_p, \bar{y}_p), p = 1..\mathrm{N}_p\}$$

- Conseguenza
  - Definire un ingresso che "ecciti" l'intorno di P
  - Se il sistema è LTI non è essere necessario
- Come verificare la linearità?
  - Conoscenze a priori
  - Verificare la sovrapposizione degli effetti

Sovrapposizione degli effetti

- Teorema
  - Dato un sistema LTI $S: y(t) = f(u(t), e(t))$
  - Se $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$
  - Allora $f(u(t), e(t)) = f(u_1(t), e(t)) + f(u_2(t), e(t))$
- Fatto: difficilmente l'errore si ripete anche in LTI si ha che

$$f(u(t), e(t)) \neq f(u_1(t), e_1(t)) + f(u_2(t), e_2(t))$$

- Conseguenza: si costruisce un test per verificare:

$$|f(u(t), e(t)) - (f(u_1(t), e_1(t)) + f(u_2(t), e_2(t)))| < c$$

dove

$$|f(0, e(.))| < c < \frac{|f(u_i(.), 0)|}{2}$$