

Firma dello studente _____

Analisi Matematica 1 (Corso di Laurea in Informatica e Bioinformatica) —
24.02.2012

Tempo: 3 ore.

Prima parte: test a risposta multipla. Una ed una sola delle 4 affermazioni è corretta. Indicatela con una croce. È consentita una sola correzione per ogni domanda; per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio. Non si richiede la giustificazione della risposta data. Risposta esatta: 1.5 punti; risposta sbagliata: - 0.25 punti; risposta non data: 0 punti.


 **Test 1:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{2x}}{\sin 3x}$$

- (A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$

 **Test 2:** Uno solo dei quattro integrali impropri è convergente: quale?


- (A) $\int_0^1 \frac{x}{\tan(x^2/2)} dx$ (B) $\int_0^1 \frac{1}{\log(\sin x + 1)} dx$ (C) $\int_0^1 \frac{1}{\sin \sqrt{x}} dx$ (D) $\int_0^1 \frac{1}{e^{2x} - 1} dx$

 **Test 3:** Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile con derivata continua tale che $f(2) = 0$. Allora

$$\int_0^1 \frac{f(x+1)}{x+1} dx$$

vale?


- (A) $-\int_0^1 f'(x+1) \log(x+1) dx$ (B) $\log 2 - \int_0^1 f'(x+1) \log(x+1) dx$
 (C) $-\int_0^1 f'(x+1) dx$ (D) $\log 2 - \int_0^1 f'(x+1) dx$

 **Test 4:** Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy


$$\begin{cases} y' = \frac{2 \cos x}{y^2} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora $y(\pi) =$

- (A) $\sqrt[3]{7}$ (B) $-\sqrt[3]{5}$ (C) 0 (D) 1

 **Test 5:** Sia $f(x) = \sqrt{x+1}$ e $g(x) = \frac{1-x}{1+x}$. Allora l'insieme su cui è definita la funzione composta $(f \circ g)$ è?

- (A) $x = -1$ (B) $x > -1$ (C) $x \neq -1$ (D) $x < -1$

 **Test 6:** Le soluzioni dell'equazione

$$(\bar{z} - i)^3 = 8i$$


sono?

- (A) $z_1 = \sqrt{3} + i, z_2 = -\sqrt{3} + i, z_3 = -2i$ (B) $z_1 = z_2 = \sqrt{3} + i, z_3 = -3i$
 (C) $z_1 = \sqrt{3} - 2i, z_2 = -\sqrt{3} - 2i, z_3 = i$ (D) $z_1 = \sqrt{3} + 2i, z_2 = -\sqrt{3} + 2i, z_3 = -i$

 **Esercizio (4 punti)**

Si calcoli


$$\int_0^{\pi^2} (3e^{\sqrt{x}} + 2 \sin \sqrt{x}) dx$$

 **Esercizio (4 punti)**

Studiare la convergenza della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2n^{\alpha} + 1) \arctan \left(e^{\frac{1}{3^n}} - 1 \right)$$


al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

 **Esercizio (8 punti)**

Si studi la seguente funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x-3}{\sqrt{x}-1}\right)$$

e se ne rappresenti il grafico. Non è richiesto lo studio della derivata seconda. (Il logaritmo si intende in base e).

 **Tema: (5 punti)**

Scegliere uno dei due teoremi fondamentali del calcolo integrale: esporre l'enunciato chiarendo il significato dei termini che vi compaiono e le conseguenze principali di tale teorema.