

# Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

## Discrete Event and Hybrid Systems

Laurea Magistrale in Ingegneria Informatica per Robotica e Industria Intelligente  
Master's degree in Computer Engineering for Robotics and Smart Industry  
Tiziano Villa

21 Febbraio 2023

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	12	
problema 2	18	
totale	30	

1. Si consideri un impianto manifatturiero composto da due macchine  $G_1$  e  $G_2$ . La prima macchina  $G_1$  preleva una parte (evento  $a$ ) e dopo una lavorazione (evento  $b$ ) la deposita in un'area provvisoria che puo' contenere un solo pezzo per volta (evento  $c$ ). La macchina  $G_2$  preleva una parte dal deposito di  $G_1$  (evento  $d$ ) ed effettua una seconda lavorazione sul pezzo che poi deposita in un'area per pezzi finiti (evento  $e$ ).

L'automa  $G_1$  e' definito come segue:

- stati:  $x_0, x_1, x_2$  con  $x_0$  stato iniziale e unico stato accettante;
- transizione da  $x_0$  a  $x_1$ : evento  $a$ ,  
transizione da  $x_1$  a  $x_2$ : evento  $b$ ,  
transizione da  $x_2$  a  $x_0$ : evento  $c$ .

L'automa  $G_2$  e' definito come segue:

- stati:  $y_0, y_1$  con  $y_0$  stato iniziale e unico stato accettante;
- transizione da  $y_0$  a  $y_1$ : evento  $d$ ,  
transizione da  $y_1$  a  $y_0$ : evento  $e$ .

- (a) Si disegnino i grafi dei due automi  $G_1$  e  $G_2$ .
- (b) Si definisca l'operatore  $||$  di composizione in parallelo di due automi.
- (c) Si esegua la composizione in parallelo  $G = G_1 || G_2$  degli automi  $G_1$  e  $G_2$ . mostrando anche il disegno dell'automa risultante. Su che alfabeto di eventi e' definito l'automa  $G = G_1 || G_2$  ?
- (d) Si consideri la specifica  $K$  sull'alfabeto  $\{c, d\}$  descritta dall'automa  $H$ . La specifica stabilisce che se il deposito e' vuoto la macchina  $G_1$  puo' depositare un pezzo (l'evento  $c$  e' abilitato), mentre la macchina  $G_2$  non puo' prelevare un pezzo (l'evento  $d$  non e' abilitato); se invece il deposito e' pieno (puo' contenere un solo pezzo per volta) la macchina  $G_1$  non puo' depositare un pezzo (l'evento  $c$  e' disabilitato), mentre la macchina  $G_2$  ne puo' prelevare uno (l'evento  $d$  e' abilitato).

Si disegni l'automa  $H$ .

Traccia di soluzione.

Si veda l'allegato.

English version

Consider a manufacturing plant made by two machines  $G_1$  and  $G_2$ . The first machine  $G_1$  takes one workpiece (event  $a$ ) and after having processed it (event  $b$ ) stores it in a buffer area which may contain only one workpiece at a time (event  $c$ ). Machine  $G_2$  takes one workpiece from the buffer of  $G_1$  (event  $d$ ) and then processes it a second time and finally stores it in an area for finished workpieces (both the latter operations are modeled by event  $e$ ).

The automaton  $G_1$  is defined as follows:

- states:  $x0, x1, x2$  with  $x0$  initial state and unique accepting state;
- transition from  $x0$  to  $x1$ : event  $a$ ,  
transition from  $x1$  to  $x2$ : event  $b$ ,  
transition from  $x2$  to  $x0$ : event  $c$ .

The automaton  $G_2$  is defined as follows:

- states:  $y0, y1$  with  $y0$  initial state and unique accepting state;
- transition from  $y0$  to  $y1$ : event  $d$ ,  
transition from  $y1$  to  $y0$ : event  $e$ .

- (a) Draw the graphs of the two automata  $G_1$  and  $G_2$ .
- (b) Define the operator  $||$  of parallel composition of two automata.
- (c) Build the parallel composition  $G = G_1 || G_2$  of automata  $G_1$  and  $G_2$ . drawing also the resulting automaton. On what alphabet of events is automaton  $G = G_1 || G_2$  defined ?
- (d) Consider the following specification  $K$  on alphabet  $\{c, d\}$  described by an automaton  $H$ . The specification requires that if the buffer is empty machine  $G_1$  is allowed to store a workpiece in the buffer (event  $c$  is enabled), whereas machine  $G_2$  cannot take a workpiece from the buffer (event  $d$  is not enabled); if instead the buffer is full (it may contain at most one workpiece at a time) machine  $G_1$  cannot stores one more workpiece (event  $c$  is not enabled), whereas machine  $G_2$  is allowed to take one workpiece (event  $d$  is enabled).

Draw the automaton  $H$ .

Hints for the solution.

See the attachment.

2. Si considerino l'impianto  $G$  e la specifica  $H$  costruiti nel punto precedente. Si assuma che gli eventi incontrollabili siano  $E_{uc} = \{b, c, e\} \subseteq E$ .
- (a) Dati i linguaggi  $K$  della specifica e  $M = \overline{M}$  dell'impianto, si scriva la definizione di controllabilit  di  $K$  rispetto a  $M$  e  $E_{uc}$ .
  - (b) Dato che si dispone degli automi a stati finiti  $G$  e  $H$ , si puo determinare se  $K$  e' controllabile applicando l'algoritmo cosiddetto standard, che prevede la costruzione dell'automa  $H||G$  e la sua analisi rispetto alla controllabilit .
    - i. Si descriva con precisione l'algoritmo per determinare la controllabilit  mediante il prodotto  $H||G$ .
    - ii. Si applichi l'algoritmo al nostro caso di studio.  
 $K$  e' controllabile rispetto a  $M$  e  $E_{uc}$  ?
    - iii. Esiste un supervisore  $S$  che realizza il linguaggio  $K$  della specifica ?  
 Se si, si proponga una strategia di controllo.
  - (c) Si definisca il sottolinguaggio controllabile massimo  $K^{\uparrow C}$ .
  - (d) Si calcoli  $K^{\uparrow C}$ , usando ancora l'algoritmo precedente che analizza l'automa prodotto  $H||G$  iterando passi di rimozione e potatura dell'automa prodotto. Si mostrino i passi dell'algoritmo e si disegni l'automa prodotto ad ogni passo.

Traccia di soluzione.

Si veda l'allegato.

English version

Consider the plant  $G$  and the specification  $H$  built in the previous question. Suppose that the uncontrollable events are  $E_{uc} = \{b, c, e\} \subseteq E$ .

- (a) Given the languages  $K$  of the specification and  $M = \overline{M}$  of the plant, write down the definition of controllability of  $K$  with respect to  $M$  and  $E_{uc}$ .
- (b) Since we have the finite state automata  $G$  and  $H$ , one can determine if  $K$  is controllable by applying the so-called standard algorithm, which requires the construction of the automaton  $H||G$  and its analysis with respect to controllability.
  - i. Describe precisely the algorithm to determine the controllability by analyzing the product  $H||G$ .
  - ii. Apply such algorithm to our example of manufacturing plant.  
Is  $K$  controllable with respect to  $M$  and  $E_{uc}$  ?
  - iii. Does there exist a supervisor  $S$  that realizes the language  $K$  of the specification ?  
If so, describe a control strategy.
- (c) Define the supremal controllable sublanguage  $K^{\uparrow C}$ .
- (d) Compute  $K^{\uparrow C}$ , using again the previous standard algorithm, which builds the product automaton  $H||G$  and iterates steps to remove uncontrollable states and to trim the product automaton.  
Show the steps of the algorithm and draw the product automaton at every step.

Hints for the solution.

See the attachment.