

Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti
Discrete Event and Hybrid Systems

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche
Tiziano Villa

30 Settembre 2021

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	30	
totale	30	

1. Si considerino i due seguenti automi definiti sull'alfabeto $E = \{a_1, a_2, b_1, b_2\}$.

Consider the two following automata over alphabet $E = \{a_1, a_2, b_1, b_2\}$.

Automa G (impianto):

- stati: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 con 0 stato iniziale e 8 unico stato accettante;
- transizione da 0 a 1: a_1 ,
transizione da 0 a 3: a_2 ,
transizione da 1 a 2: b_1 ,
transizione da 1 a 4: a_2 ,
transizione da 2 a 5: a_2 ,
transizione da 3 a 4: a_1 ,
transizione da 3 a 6: b_2 ,
transizione da 4 a 5: b_1 ,
transizione da 4 a 7: b_2 ,
transizione da 5 a 8: b_2 ,
transizione da 6 a 7: a_1 ,
transizione da 7 a 8: b_1 .

Automa H_a (specifica):

- stati: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 con 0 stato iniziale e 8 unico stato accettante;
- transizione da 0 a 1: a_1 ,
transizione da 0 a 3: a_2 ,
transizione da 1 a 2: b_1 ,
transizione da 1 a 9: a_2 ,
transizione da 2 a 5: a_2 ,
transizione da 3 a 4: a_1 ,
transizione da 3 a 6: b_2 ,
transizione da 4 a 7: b_2 ,
transizione da 5 a 8: b_2 ,
transizione da 6 a 7: a_1 ,
transizione da 7 a 8: b_1 ,
transizione da 9 a 5: b_1 .

- (a) Si disegnino i grafi dei due automi.
Draw the graphs of the two automata.

- (b) Siano dati i linguaggi K e $M = \overline{M}$ sull'alfabeto E , e gl'insiemi di eventi $E_c \subseteq E$ e $E_o \subseteq E$. Sia P la proiezione naturale da E^* a E_o^* .

Si scriva la definizione di osservabilit  di K rispetto a M , E_c ed E_o .

Consider the languages K and $M = \overline{M}$ over alphabet E , and the set of events $E_c \subseteq E$ and $E_o \subseteq E$. Let P be the natural projection from E^* to E_o^* .

Write the definition of observability of K with respect to M , E_c and E_o .

Traccia di soluzione.

Definizione Siano K e $M = \overline{M}$ linguaggi sull'alfabeto di eventi E . Sia $E_c \subseteq E$ l'insieme degli eventi controllabili. Sia $E_o \subseteq E$ l'insieme degli eventi osservabili con P la proiezione da E^* a E_o^* .

Si dice che K   osservabile rispetto a M , P , E_c , se per tutte le stringhe $s \in \overline{K}$ e per tutti gli eventi $\sigma \in E_c$,

$$s\sigma \notin \overline{K} \wedge s\sigma \in M \Rightarrow P^{-1}[P(s)]\{\sigma\} \cap \overline{K} = \emptyset.$$

- (c) Siano $M = \mathcal{L}(G)$ e $K = \mathcal{L}_m(H_a)$.

Siano $E_{uo} = \{a_2\}$ e $E_{uc} = \emptyset$.

K   osservabile rispetto a M , E_c ed E_o ? Lo si verifichi usando la definizione.

Let $M = \mathcal{L}(G)$ and $K = \mathcal{L}_m(H_a)$.

Let $E_{uo} = \{a_2\}$ and $E_{uc} = \emptyset$.

K is observable with respect to M , E_c and E_o ? Verify it using the definition of observability.

Traccia di soluzione.

Si ha $\overline{K} = \overline{\{a_2b_2a_1b_1, a_2a_1b_2b_1, a_1b_1a_2b_2, a_1a_2b_1b_2\}}$. Si consideri la stringa $s = a_2a_1$ e $\sigma = b_1$, allora si ha che $a_2a_1b_1 \notin \overline{K}$, ma $a_2a_1b_1 \in M$; inoltre $P(s) = a_1$, $P^{-1}[P(s)]\{\sigma\} = \{a_2^*a_1a_2^*b_1\}$, perci  $P^{-1}[P(s)]\{\sigma\} \cap \overline{K} = \{a_2^*a_1a_2^*b_1\} \cap \overline{K} = \{a_1a_2b_1\} \neq \emptyset$ il che falsifica la condizione di osservabilit .

Un altro controesempio speculare al precedente si ottiene con la stringa $s = a_1a_2$ e $\sigma = b_2$. Ovviamente basta trovare un controesempio per stabilire che non vale l'osservabilit .

Intuitivamente, dopo aver visto a_2a_1 il controllore dovrebbe disabilitare b_1 e abilitare b_2 , mentre dopo aver visto a_1a_2 il controllore dovrebbe abilitare b_1 e disabilitare b_2 , ma per l'inosservabilit  di a_2 il controllore non

e' in grado di distinguere a_2a_1 da a_1a_2 (vede la loro proiezione comune come a_1), e quindi non sa che azione intraprendere dopo aver visto a_1 .

(d) Si costruisca $H_{a,obs}$, l'automa osservatore di H_a .

Build $H_{a,obs}$, the observer automaton of H_a .

(e) Si risponda alla domanda del punto precedente sull'osservabilita' utilizzando l'automa osservatore. Si spieghi con chiarezza il procedimento.

Answer the previous question about observability by means of the observer automaton. Explain in detail the procedure.

Traccia di soluzione.

Si esaminano gli stati di $H_{a,obs}$ per verificare se ce n'e' almeno uno che testimonia un conflitto di controllo. Nel caso specifico, lo stato $\{1, 4, 9\}$ testimonia tale conflitto, poiche' l'azione di controllo nello stato 4 di H_a richiede l'abilitazione dell'evento b_2 e la disabilitazione dell'evento b_1 , che e' esattamente l'opposto di quanto richiesto nello stato 9. La presenza di tale conflitto di controllo in $H_{a,obs}$ indica che K non e' osservabile.

- (f) Si restringa il comportamento dell'impianto rappresentato da G , applicandogli l'azione di controllo del seguente supervisore S_B : all'inizio abilita solo a_1 , poi dopo aver visto a_1 abilita a_2 e b_1 (e disabilita b_2), e infine dopo aver visto ancora b_1 abilita a_2 e b_2 .

Si designi come $H_{B,a}$ l'automa che rappresenta tale comportamento ristretto dell'impianto G sotto il controllo del supervisore S_B , cioè' sia K_B la nuova specifica del comportamento ammissibile, dove $K_B = \mathcal{L}_m(H_{B,a}) = \mathcal{L}_m(S_B/G)$.

Restrict the plant behaviour represented by G , by the control action of the following supervisor S_B : at the beginning enable only a_1 , then after having seen a_1 enable a_2 and b_1 (and disable b_2), and finally after having seen again b_1 enable a_2 and b_2 .

Draw $H_{B,a}$, the automaton representing the restricted behaviour of the plant G under the control action of the supervisor S_B , i.e., let K_B be the new specification of the admissible behaviour. where $K_B = \mathcal{L}_m(H_{B,a}) = \mathcal{L}_m(S_B/G)$.

Si risponda alla seguenti domande. Nota bene: in tutti gli automi s'indichino con chiarezza gli stati accettanti.

Answer the following questions. Please, mark clearly the accepting states in all automata.

- i. Si discuta intuitivamente questa politica di controllo. Quali stringhe marcate dell'impianto sono permesse da essa ?

Explain qualitatively this control policy. What are the marked strings of the plant that are admitted by this control policy ?

Traccia di soluzione.

Abbiamo dimostrato formalmente che non vale l'osservabilita'. Intuitivamente perche' non vale ? Se il supervisore all'inizio abilitasse sia a_1 che a_2 , e poi si osservasse a_1 . allora non si saprebbe se l'impianto e' nello stato 1 o 4 e nel secondo caso non si saprebbe se e' arrivato a 4 dal cammino a_1a_2 (che richiederebbe di disabilitare b_2) o da a_2a_1 (che richiederebbe di disabilitare b_1). Quindi non si saprebbe che politica di controllo attuare a questo punto. Per produrre un sottoinsieme della specifica ammissibile proposta (senza produrre stringhe fuori specifica e senza che l'impianto si blocchi), il supervisore all'inizio puo' abilitare solamente uno dei due eventi a_1 e a_2 , ma non entrambi. Il supervisore S_B sceglie di abilitare solo a_1 .

Le due stringhe marcate permesse sotto controllo sono $a_1a_2b_1b_2$ e $a_1b_1a_2b_2$.

- ii. Si disegni l'automa $H_{B,a}$.

Draw the automaton $H_{B,a}$.

Traccia di soluzione.

Si disegni l'automa che marca le due stringhe $a_1a_2b_1b_2$ e $a_1b_1a_2b_2$. Si veda la figura nell'allegato.

- iii. Si disegni $H_{B,a,obs}$, l'automa osservatore di $H_{B,a}$.

Draw $H_{B,a,obs}$, the observer automaton of $H_{B,a}$.

Traccia di soluzione.

Si disegni l'automa osservatore ottenuto dalla determinizzazione del precedente, in cui si è posto $a_2 = \epsilon$. Si veda la figura nell'allegato.

iv. Si costruisca una realizzazione $R_{B,real}$ di S_B . Si ricordi che una realizzazione e' semplicemente un automa che rappresenta la politica di controllo del supervisore. Si seguano i seguenti passi:

Build a realization $R_{B,real}$ of S_B . Keep in mind that a realization is simply an automaton which represents the control policy of the supervisor. Follow the following steps:

A. Si costruisca un automa rasato ("trim") R_B che genera e marca la specifica $\overline{K_B}$, cioe' tale che $\mathcal{L}_m(R_B) = \mathcal{L}(R_B) = \overline{K_B}$, dove $K_B = \mathcal{L}_m(H_{B,a}) = \mathcal{L}_m(S_B/G)$.

Build a trim automaton R_B which generates and marks the specification $\overline{K_B}$, i.e., such that $\mathcal{L}_m(R_B) = \mathcal{L}(R_B) = \overline{K_B}$, where $K_B = \mathcal{L}_m(H_{B,a}) = \mathcal{L}_m(S_B/G)$.

Traccia di soluzione.

R_B e' come $H_{B,a}$, con la differenza che tutti gli stati del primo sono marcati. Si veda la figura nell'allegato.

B. Si disegni $R_{B,obs}$, l'automat osservatore di R_B .

Draw $R_{B,obs}$, the observer automaton of R_B .

Traccia di soluzione.

$R_{B,obs}$ e' come $H_{B,a,obs}$, con la differenza che tutti gli stati del primo sono marcati. Si veda la figura nell'allegato.

C. Si disegni $R_{B,real}$, che e' la realizzazione standard di S_B , ottenuta aggiungendo autoanelli in ogni stato x_{obs} di $R_{B,obs}$ per ogni evento inosservabile in

$$\bigcup_{x \in x_{obs}} \Gamma_{R_B}(x)$$

(Γ e' la funzione di attivazione dell'automat).

Draw $R_{B,real}$, which is the standard realization of S_B , obtained by adding self-loops to every state x_{obs} of $R_{B,obs}$ for every unobservable event in

$$\bigcup_{x \in x_{obs}} \Gamma_{R_B}(x)$$

(Γ is the activation function of the automaton).

Traccia di soluzione.

$R_{B,real}$ e' come $R_{B,obs}$, con l'aggiunta nel primo di un autoanello con evento a_2 negli stati $\{1, 9\}$ e $\{2, 5\}$. Si veda la figura nell'allegato.