

Corso di Teorie e tecniche del riconoscimento

A.A. 2010/2011

Esercizi da svolgere al calcolatore con Matlab

Dr. Marco Cristani

15 marzo 2011

1 Distribuzioni Gaussiane

Considerate due distribuzioni Gaussiane monodimensionali $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1)$ e $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2)$, dove

$$\mathcal{N}(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

1. Fissati $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$, provate a generare numerosi campioni da queste distribuzioni, visualizzateli e verificate la media e la deviazione standard;
2.
 - Generate due campionature significative (un migliaio di campioni) $\{x_1\}$ e $\{x_2\}$ $\{x_1\} \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1)$ e $\{x_2\} \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2)$.
 - Valutate likelihood e log-likelihood di singoli campioni e di gruppi di campioni. In pratica, vi si chiede di calcolare $p(x|\theta_j)$, dove $\theta_j = \langle \mu_j, \sigma_j \rangle, j = 1, 2$, e $x \in \{x_i\}, i = 1, 2$. Si noti che non per forza deve essere $i = j$.
 - Calcolate la campionatura $\{x_3\}$, ottenuta con $x_3 = x_1 + x_2$.
 - Visualizzate la distribuzione ottenuta.
 - Verificate che la campionatura segua una distribuzione Gaussiana calcolando e visualizzando l'istogramma.
 - Verificate la relazione tra la media e la varianza di x_3 e le medie e le varianze di x_1 e x_2 .
3. Provate con gaussiane multivariate, per esempio bidimensionali e tridimensionali, prestando particolare attenzione al tipo di distribuzioni generate variando i valori delle matrici di covarianza.

2 Classificatori Bayesiani

Un classificatore assegna un campione x ad una classe ω_i tra un set di i classi disponibili. Per rappresentare un classificatore esistono vari modi. Uno di questi è rappresentato dalle funzioni discriminanti $\{g_i(x)\}$.

Un classificatore assegna il campione x alla classe ω_i se

$$g_i(x) > g_j(x) \quad \text{per tutti } i \neq j$$

Quindi un classificatore può essere visto come un set di funzioni discriminanti. Nel seguito, vedremo semplici esempi di classificatori Bayesiani rappresentati mediante funzioni discriminanti.

2.1 Un classificatore Bayesiano a due classi

Date due distribuzioni Gaussiani monodimensionali di parametri $\mu_A = 3$, $\mu_B = 0$, $\sigma_A = \sigma_B = 1.5$

1. Calcolare la formula del classificatore Bayesiano lineare, nel caso

(a) $P(\omega_A) = P(\omega_B) = 0.5$

(b) $P(\omega_A) = \frac{|\omega_A|}{|\omega_A| + |\omega_B|}$ e $P(\omega_B) = \frac{|\omega_B|}{|\omega_A| + |\omega_B|}$, dove $|\omega_i|$ è la cardinalità della classe i .

2. Visualizzare il confine di decisione.

- 3.
- Generare un insieme di dati dalle due distribuzioni gaussiane
 - Stimare il classificatore Bayesiano lineare a partire dai dati e calcolare l'errore di classificazione che si commette
 - Visualizzare il confine di decisione stimato
4. Ripetere il tutto al variare della cardinalità degli insiemi delle due classi. Verificare in particolare che, al crescere della cardinalità delle classi, il confine di decisione stimato approssima il confine di decisione reale.

2.2 Classificatore Bayesiano a due classi multidimensionale

Scomprimate il file immagini.zip, risulteranno una serie di immagini .jpg. Caricatene una in memoria, tramite il comando `imread`, convertendola da RGB in livelli di grigio; essa verrà memorizzata in una matrice bidimensionale, la quale dovrà essere a sua volta riformulata come un vettore colonna.

In questa maniera è facile convincersi che un'immagine può essere identificata come un punto in uno spazio multidimensionale.

Ora, come semplice esempio, assumete che due delle immagini a disposizione siano le medie di due classi distinte, con matrice di covarianza diagonale della forma $\sigma^2 I$, con σ fissato per entrambe le classi. Date le due classi, eseguite la classificazione di tutte le immagini, usando dei prior non-informativi. Visualizzate come risultati le immagini appartenenti a ciascuna classe e traetene le vostre considerazioni.

3 Uso pratico dei classificatori Bayesiani

In questa parte dell'esercitazione verranno date delle idee di come sono applicati i classificatori Bayesiani a problemi reali. I mezzi e i metodi analizzati sono semplici, ma rimandano a tecniche e algoritmi più elaborati che potranno eventualmente essere sviluppati in fase di progetto o tesi.

3.1 Estrazione del foreground

In molti ambiti scientifici applicativi, come per esempio la video sorveglianza o la codifica video [1], assume particolare importanza l'operazione chiamata estrazione del foreground. Il goal consiste nel partizionare ogni frame della videosequenza in due classi, il background (BG), ossia la parte statica o non interessante della scena, e il foreground (FG), ossia gli oggetti in movimento. Tale operazione si effettua nei casi più avanzati in maniera probabilistica, tramite classificatori Bayesiani [2, 3, 4].

In questa sede vedremo una semplice applicazione di estrazione del foreground come caso di classificazione a due classi, ossia la classe del FG e del BG.

La classificazione avviene pixel per pixel, frame per frame. Fissata una posizione nello spazio immagine, ossia un pixel n , la classe del BG viene modellata come una distribuzione Gaussiana monodimensionale $\langle \mu, \sigma \rangle$. La classe del FG modella tutti i valori che non appartengono alla classe di BG.

In questo caso, la definizione di appartenenza si rifa al criterio secondo cui possiamo dire che un valore x è stato generato dalla distribuzione $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$. In particolare, il valore $x \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ al 99.7% dei casi se appartiene all'intervallo $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$.

Analizzate il file `piramide.avi`.

Ora, estraete l'ultima immagine della sequenza. Nel corso dell'esercizio, si assumerà che questa contenga, per ogni pixel n , la media $\mu_{n,BG}$ della classe di BG, con $\sigma_{n,BG} = 7$. Dopodiché, il compito è quello di eseguire per ogni frame t un test di appartenenza per ogni pixel rispetto alla classe di BG, evidenziando con 0 i pixel $\{\tilde{n}\}$ i cui corrispettivi valori $\{x_{\tilde{n}}\}$ appartengono a tale classe e con 1 quelli relativi alla classe di FG. Visualizzate frame per frame il risultato.

Primitive di Matlab

Cercate nell'help di Matlab in linea, più stringato, o in quello dettagliato in rete (<http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/helpdesk.shtml>), i seguenti comandi:

Distribuzioni:	normrnd, normpdf, mvnrnd, mvnpdf
Gaussiane:	mean, var, std, cov
Visualizzazione:	plot, scatter, plot3, scatter3, imagesc, surf, hold
Istogramma:	hist, histc

Riferimenti bibliografici

- [1] M. Aprile, A. Colombari, A. Fusiello, and V. Murino, "Segmentation and tracking of multiple objects in video sequences," in Proc. of the 5th International Workshop on Image Analysis for Multimedia Interactive Services (WIAMIS 2004) , April 2004.
- [2] C. Stauffer and W. Grimson, "Adaptive background mixture models for real-time tracking," in Int. Conf. Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR '99) , vol. 2, 1999, pp. 246–252.
- [3] I. Haritaoglu, D. Harwood, and L. Davis, " W⁴: real-time surveillance of people and their activities," IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence , vol. 22, no. 8, pp. 809–830, 2000.
- [4] M. Cristani, M. Bicego, and V. Murino, "Integrated region- and pixel-based approach to background modelling," in Proc. of IEEE Workshop on Motion and Video Computing , 2002, pp. 3–8.