CURRICULUM DELL'ATTIVITÀ SCIENTIFICA E DIDATTICA
di
MAURO SPERA

Professore associato confermato *s.c. 01/A2 - Geometria e Algebra, s.s.d. MAT/03 Geometria*
Università degli Studi di Verona - Dipartimento di Informatica

(Aprile 2012)

NOTE GENERALI

• Mauro Spera è nato a Roma il 10/2/1958.

• Si è immatricolato presso l'Università degli Studi di Roma (oggi "La Sapienza") nell'anno accademico 1977/78, Corso di Laurea in Matematica ed è stato borsista laureando del C.N.R. dal settembre 1980 al luglio 1981.

• Si è laureato con lode il 14/7/1981 discutendo la tesi *Alcune rappresentazioni dell'algebra del campo di Dirac libero di massa zero*. Relatore il Chiar.mo Prof. S. Doplicher.

• È stato borsista presso l'Istituto Nazionale di Alta Matematica (I.N.D.A.M.)
Francesco Severi durante gli anni accademici 1981/82 e 1982/83.

• È risultato vincitore, nel settembre 1983, di un Concorso Libero per *Ricercatore* ex gruppo 90 (ed ex MAT/05), ANALISI MATEMATICA (sottosettore: *Analisi Funzionale*) presso la II Università di Roma "Tor Vergata", Facoltà di Ingegneria, prendendo ivi servizio il 19/7/1984 e afferendo al Dipartimento di Matematica.

• Ha svolto il servizio militare dal 14/12/1984 al 27/11/1985.

• Dal settembre 1986 al maggio 1987 è stato borsista C.N.R. per l'estero presso l'Università di Warwick (Coventry, UK).

• Il 26/4/1989 si è trasferito presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università degli Studi di Padova, afferendo al Dipartimento di Metodi e Modelli Matematici per le Scienze Applicate.

• Ha ottenuto il giudizio di conferma in ruolo con decorrenza 16/7/1988.

• È stato recensore per *Mathematical Reviews* e *Zentralblatt MATH*.

• È stato visitatore presso il Dipartimento di Matematica dell'Università L. Pasteur di Strasburgo nell'aprile-maggio 1994, giugno 1995, aprile-maggio 1996, novembre-dicembre 2000, e il LMAM dell'Università P. Verlaine di Metz (FR), marzo e ottobre 2002, ottobre e dicembre 2004, maggio e giugno 2006, giugno e ottobre 2007, giugno 2009, febbraio e maggio 2010.

• Ha usufruito del programma RiP (Research in Pairs) della Volkswagen-Stiftung presso il Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (D) per tre settimane nell'aprile 1997.

• Dal 1^0 novembre 1999 è *professore associato* s.s.d. MAT/03 Geometria (ex A01C)
GEOMETRIA presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Padova. È stato *confermato* nel ruolo con decorrenza 1^0 novembre 2002; vi è rimasto fino al 21/12/2006.

• Dal 22 dicembre 2006 è in servizio presso l'Università di Verona Facoltà di Scienze MM. FF. NN., afferendo al Dipartimento di Informatica.

• Interagisce con numerosi studiosi di prestigio e ha partecipato a numerosi convegni scientifici nazionali e internazionali.

• Afferisce al GNSAGA dal 1999, sez.1 *Geometria Differenziale*.

• Dal 2003 al 2008 è stato Associate Editor della rivista *Journal of Geometry and Symmetry in Physics*.

• Ha curato e cura lo svolgimento di tesi di laurea e di dottorato, svolgendo funzione di avviamento alla ricerca (v. in particolare i lavori [31],[34],[35],[37]).

• Il lavoro [33] dell'elenco allegato (in collaborazione con T. Wurzbacher) ha ottenuto il giudizio CIVR 2006: "eccellente".

FORMAZIONE

La formazione universitaria di M.S. è essenzialmente *analitico-funzionale* e *fisico-matematica (quantistica).* La frequenza ai corsi di Perugia, Cortona, e INDAM (v.oltre) gli ha permesso di ampliare la propria cultura di base soprattutto nei settori della *geometria differenziale* e *analitica* e dei *metodi geometrici della meccanica classica*, nonché della *topologia algebrica e differenziale*, della *geometria algebrica* e dell'*analisi armonica*. Tali studi hanno inciso profondamente sulla sua ricerca scientifica successiva.

* Luglio-Agosto 1981 Corsi estivi di Perugia: *Geometria Differenziale* (Prof. T.J. Willmore), *Equazioni Differenziali della Fisica Matematica* (Prof. P. Bassanini). A questi si aggiungono due corsi di richiamo: *Geometria Differenziale* (Prof. T.J. Willmore e F. Tricerri (1982)) e *Topologia Algebrica* (Prof. J. Cohen e C. Gagliardi (1982)).

* Ottobre 1981 Risulta vincitore di una borsa INDAM, di cui usufruisce nell'a.a.1981/82 presso l'Istituto S. Pincherle (Bologna) e che gli verrà *rinnovata* per l'anno successivo grazie all'esito positivo del colloquio previsto dal bando.

Corsi seguiti come borsista I.N.D.A.M.

1^{o} anno
ALGEBRA COMMUTATIVA (Prof. A. Valla)
GEOMETRIA DIFFERENZIALE (Prof. I. Cattaneo Gasparini)
TOPOLOGIA DIFFERENZIALE (Prof. M. Ferri)
ANALISI ARMONICA (Prof. F. Ricci)
ANALISI COMPLESSA (Prof. V. Villani)
GEOMETRIA ALGEBRICA (Prof. F. Gherardelli)

2^{o} anno
ANALISI COMPLESSA (Prof. P. De Bartolomeis)
ANALISI FUNZIONALE (Prof. A. Ambrosetti)
METODI MATEMATICI DELLA MECCANICA CLASSICA (Prof. F. Magri)
EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE (Prof. R. Conti)
GEOMETRIA ALGEBRICA (Prof. F. Catanese)
GEOMETRIA DIFFERENZIALE (Prof. F. Tricerri)

* Luglio 1983 Corso estivo di *Geometria Differenziale* a Cortona (Prof. F. Tricerri e J.C. Wood), seguito da un corso di richiamo tenutosi a Trento nel maggio 1984.

PARTECIPAZIONE A CONGRESSI

* Settembre 1981 Convegno GNAFA, Rimini (comunicazione).
* Settembre 1982 "International Workshop on Quantum Probability" (Prof. L. Accardi, A. Frigerio, V. Gorini) (conferenza)(v.[3]).
* Settembre 1983 "International Workshop on Homogeneous Spaces", Torino (Prof. F. Fava e F. Tricerri).
* Ottobre 1983 Convegno "Geometria degli Spazi di Banach", Milano, (Prof. S. Massa, D. Roux, P. Soardi)(comunicazione)
* Settembre 1984 Convegno "Geometria delle varietà differenziabili" Roma (Prof. I. Cattaneo Gasparini).
* Settembre 1984 IV Coloquio Internacional de Geometria Diferencial, Santiago de Compostela (Prof. L. Cordero).
* Ottobre 1984 "II Workshop on Quantum Probability and Applications", Heidelberg (Prof. L. Accardi, W. von Waldenfels) (conferenza)(v.[4]).
* Luglio 1986 "IAMP Congress on Mathematical Physics", Marseille (poster (v.[5]))
* Ottobre 1986 "Informal Opening Workshop on Operator Algebras" University of Warwick (Prof. D.E. Evans).

* Febbraio 1987 "X Statistical Mechanics Conference (The Open University, Milton Keynes) (Prof. A. Solomon) (v.[6]).

* Marzo 1987 "Workshop on Operator Algebras and Mathematical Physics" University of Warwick (Prof. D.E. Evans).

* Aprile 1987 "Workshop on Cyclic Cohomology and K-theory University of Warwick (Prof. J.D.S. Jones).

* Settembre 1987 XIII Congresso UMI (Torino) (comunicazione).

* Luglio 1988 "IAMP Congress on Mathematical Physics", Swansea (due poster).

* Settembre 1988 "Workshop on Differential Geometry and Topology" , Cala Gonone (Prof. R.Caddeo e F.Tricerri) (conferenza, v.[8]).

* Dicembre 1988 "College on Global Geometric and Topological Methods in Analysis (ICTP Trieste) (Prof. S. Buoncristiano, S.K. Donaldson, S. Gitler,
J.D.S. Jones) in cui è *Assistant Lecturer* e tiene seminari complementari al corso *Yang-Mills Fields in Differential Geometry* del Prof. Jones.

*Giugno 1990 "XIX Conference on Differential Geometric Methods in Theoretical Physics", Rapallo (poster).

*Giugno 1990 "Workshop on Twistor Geometry" (Prof. P. de Bartolomeis, G. Tomassini e F. Tricerri)(comunicazione).

*Marzo 1991 "Metodi Topologici e non perturbativi in teoria dei campi e in meccanica statistica", Bari (comunicazione).

*Giugno 1991 European Research Conference on "Advanced Quantum Field Theory and Critical Phenomena" (Prof. M. Rasetti e M. Martellini), Como (conferenza, v.[16])

*Settembre 1991 XIV Congresso UMI, Catania (due comunicazioni).

*Luglio 1992 "XI Workshop on Geometric Methods in Physics", Bialowieza, Polonia (Prof. A. Odjiewicz, S.T. Ali, I. Mladenov)(conferenza, v.[20]).

*Giugno 1993 "Workshop on Geometrical and Topological Methods in Physics", Lione
(Prof. C. Roger) (poster).

*Luglio 1993 "XII Workshop on Geometric Methods in Physics", Bialowieza (Prof. A. Odjiewicz, S.T. Ali, I. Mladenov) (conferenza, v.[22]).

*Giugno 1994 "Journees Mathématiques de Strasbourg" (L'espace des lacets).

*Agosto 1994 ICM, Zurigo (poster).

*Maggio 1995 "Conference in Non Commutative Differential Geometry and Its Applications", Trest (Rep. Ceca)(poster)

*Luglio 1995 "Workshop on Classical and Quantum Gravity" (Sintra, Portugal) (J. Mourao, R. Picken) (seminario, v.[24])

*Settembre 1995 XV Congresso UMI, Padova (comunicazione).

*Novembre 1995 È invitato ad Oberwolfach per un seminario della DMV su "Infinite Dimensional Kähler Manifolds" (cui alla fine non potrà partecipare per malattia). In tale seminario sono stati discussi anche i suoi contributi alla teoria della Grassmanniana di Sato-Segal-Wilson.

*Luglio 1996 "XV Workshop on Geometric Methods in Physics", Bialowieza (Prof. A.Odjiewicz, S.T.Ali) (conferenza).

*Settembre 1996 "Workshop on Algebraic Geometry and Physics", SISSA (conferenza).

*Aprile 1997 Programma RiP (Research in Pairs) della Volkswagen-Stiftung presso il Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach.

*Giugno 1998 RiP Workshop "Determinant Line Bundles: confronting different perspectives" Oberwolfach (D)(S. Paycha, T. Wurzbacher) (conferenza)

*Ottobre 1998 SINTESI Workshop (Torino, Villa Gualino), (T.Regge,V.Penna)
(due conferenze).

*Settembre 1999 È conferenziere invitato al convegno "Geometry, Integrability ad Quantization" (Varna, Bulgaria) ma non può partecipare per grave malattia.

*Giugno 2000 Workshop “Geometry of families of operators, Families of geometric operators” CIRM (Luminy,FR) (S. Paycha, T. Wurzbacher) (conferenza)

*Settembre 2000 “IX Oporto Meeting on geometry, Topology and Physics” (Oporto, Portugal) (J.N.Tavares, J. Mourao, R. Picken) (comunicazione di 30 minuti)

*Marzo 2002 Workshop “Topics in conformal field theory and topology”, Münster (D)(S. Stolz, P.T eichner, W. Lück)

*Luglio 2003 Workshop “Categorification and Higher Order Geometry” Lisbona (M. Mackay e R. Picken) (conferenza)

*Settembre 2003 Congresso UMI, Milano (comunicazione)

*Novembre 2003 “Monodromy Workshop”, Atene (B. Zhilinski, A. Sadovskji, K. Efstadiou) (conferenza)

*Giugno 2004 Petit groupe de travail: Géométrie de l’indice et théorie des champs, CIRM (Luminy, FR) (S. Paycha, S. Rosenberg) (conferenza).

*Giugno 2004 Convegno “Trends in Geometry - In memory of Beniamino Segre”.

*Giugno 2007 Joint meeting UMI-DMV Perugia (conferenza).

*Novembre 2007 Inaugural Meeting of the GREFI-GENCO

*Giugno 2008 Convegno Analysis and Topology in Interaction (Cortona) [chairman per una sessione].

*Aprile 2009 Convegno ”150 years of RH” Verbania (E. Bombieri et al.)

*Maggio 2009 Conference on Knot Theory and its Applications to Physics and Biology, (S. Jablan, L.H. Kauffman, S. Lambropoulou, J. Przytycki. Local organizer: Li Jiayu) (conferenza su invito).

*Luglio 2009 XVIIIth Oporto Meeting on Geometry Topology and Physics (comunicazione).

*Settembre 2009 Three days on Mathematical Models of Quantum fluids: Geometrical, Analytical and Computational Aspects, Verona, 14-17 settembre 2009 (M. Caliari, L.M. Morato, M.S., S. Zuccher), conferenza e tavola rotonda.

*Giugno 2010 XXIX Workshop on Geometric Methods in Physics, Bialowieza, Poland (comunicazione).

*Febbraio 2011 Higher gauge theories,TQFT and Quantum Gravity, (R. Picken and J. Morton), Lisbon, PT (comunicazione).

*Maggio 2011- Luglio 2011 Intensive Research Period : Knots and Applications (R. Ricca); attività svolte:

- Pedagogical School on Knots and Links: from Theory to Applications: svolto su invito un ciclo di 6 lezioni su: Differential Geometric Aspects of Linking and Braiding
- Workshop “Entanglement and Linking” (organizzatore e conferenziere: ”Differential geometric aspects of higher order linking numbers”)
- Workshop “Braids and Applications” (M. Berger) (conferenziere invitato: ”Low-dimensional Pure Braid Group Representations Via Nilpotent Flat Connections”)

Partecipazione a parte del convegno ESF-ERCOM: Knots and Links: from Form to Function (R. Ricca)

* Giugno 2011 XIII Workshop on Geometry, Integrability and Quantization (I. Mladenov, G.Vilasi, A. Yoshioka), Varna (Bulgaria). Ciclo di 5 conferenze su “Geometric Methods in Quantum Mechanics”.

* M.S. è stato invitato a tenere una comunicazione di 30 minuti “International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics” (Group 29 Colloquium) al Chern Institute of Mathematics, Nankai University, Tianjin, China (August 20 - 26, 2012), sessione “General quantum mechanics and spacetime structure, symmetry and topology”.

SEMINARI

*Novembre 1984 Rappresentazioni infrarosse delle CCR e delle CAR (Prof. L. Accardi, Roma II)

*Dicembre 1984 Struttura matematica delle teorie di gauge (Colloquium, Roma II)

*Gennaio-Maggio 1987 Seminari presso le Università di Warwick (Prof. D.E. Evans) Oxford (Prof. K. Hannabuss) e Nottingham (Prof. R. Hudson e D. Applebaum).

*Giugno-Luglio 1987 Seminari di introduzione alla geometria differenziale non commutativa e sul gruppo di Heisenberg e le funzioni theta (Prof. L. Accardi).

*Novembre 1987 Il problema di YM in geometria differenziale non commutativa (Prof. R. Longo, Roma II).

*Dicembre 1987 Il gruppo di Heisenberg e le funzioni theta (Prof. M. Rasetti, Politecnico di Torino).

*Gennaio-Febbraio 1988 Teoria di Yang Mills classica (Prof. C. De Concini,
Roma II).

*Aprile-Maggio 1988 Yang Mills e strutture olomorfe in geometria differenziale non commutativa (Prof. S. Doplicher, Roma I e A. Chiffi, Padova).

*Dicembre 1988 Seminari all'ICTP, già citati.

*Marzo 1990 Ciclo di seminari sulla *Quantizzazione geometrica e Applicazioni* (Prof. G. Zampieri, Padova)

*Giugno 1990 Minicorso per la Scuola di Analisi Matematica *Introduzione alla Geometria Differenziale Non Commutativa* (Prof. E. Gonzalez, Padova).

*Giugno 1991 Approccio simplettico alla teoria di Yang Mills non commutativa (Prof. L. Accardi, Roma II).

*Giugno 1993 Geometria della Grassmanniana Hilbertiana (Prof. R. Longo, Roma II).

*Aprile 1994 Seminari presso l'IRMA, Strasbourg (Prof.T. Wurzbacher)

*Maggio 1995 Seminario presso l'IRMA, Strasbourg (Prof. T.Wurzbacher)

*Giugno 1995 Seminario informale presso il DMMMSA, Padova.

*Aprile-Maggio 1996 Ciclo di seminari presso l'IRMA, Strasbourg.
(Prof.T.Wurzbacher)

*Febbraio 2000 Seminario presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Tor Vergata (Prof. M. Abate).

*Ottobre 2000 Seminario presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Milano (Prof. A. Lanteri).

*Ottobre 2002 Seminario presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Metz
(Prof. T. Wurzbacher).

*Novembre 2003 Seminario presso Dipartimento di Matematica dell'Università di Brescia
nell'ambito delle "Giornate di Geometria" ((Prof.sse E. Zizioli e S. Pianta).

*Marzo 2004 Seminario presso il Dipartimento di Matematica e Fisica dell'Università Cattolica, sede di Brescia (Prof.ssa S. Pianta), nell'ambito degli "Incontri di Geometria e Fisica".

*Ottobre 2004 Seminario presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Metz
(Prof. T. Wurzbacher).

*Novembre 2004 Seminario presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Milano (Prof. G. Gaeta).

*Novembre 2004 Seminario presso il Dipartimento di Matematica Pura e Applicata dell'Università di Padova (Prof. F. Cardin).

*Maggio 2005 Seminario presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Milano-Bicocca (Prof. R. Ricca) (cf. il lavoro [35], scritto su invito del Seminario Matematico e Fisico di Milano).

*Dicembre 2006 Seminario presso la Facoltà di Scienze dell'Università di Verona
(Prof. R. Giacobazzi).

*Marzo 2009 Seminario presso il Dipartimento di Matematica e Fisica dell'Università Cattolica, sede di Brescia (Prof.ssa S. Pianta).

*Settembre 2010 Seminario presso il Dipartimento di Matematica della Ruhr-Universität Bochum (D) (Prof. T. Wurzbacher)

*Febbraio 2011 Seminario presso il Dipartimento di Matematica della Ruhr-Universität Bochum (D) (Prof.T. Wurzbacher)

ATTIVITA' SCIENTIFICA

La produzione scientifica di M.S. si colloca in massima parte nell'ambito della *geometria differenziale*, soprattutto in contesti *infinito-dimensionali* diversi, ma ricchi di legami reciproci. Ciò ha richiesto un massiccio uso di strumenti analitico-funzionali (in parte originali). Inoltre, si è fatto largo uso di strumenti appartenenti a diverse branche della geometria (simplettica, algebrica) e della topologia algebrica. Considerazioni di natura fisico-matematica hanno avuto spesso un'importante funzione euristica per intuire alcuni risultati puramente geometrici. Viceversa, numerose sono state le applicazioni fisico-matematiche di concetti geometrici.

Di seguito si enumerano i vari filoni di ricerca:

• **Geometria differenziale e algebrica della Grassmanniana Hilbertiana e dei gruppi e degli spazi di cappi; operatore di Dirac-Ramond**
([17],[21],[22],[24],[25],[29],[33],[38],[41],[47])

• **Geometria differenziale non commutativa (problema di Yang-Mills e altri argomenti)**
([8],[13],[15],[19],[31])

• **Orbite critiche del quadrato dell'applicazione momento associata and una rappresentazione irriducibile di un gruppo di Lie semplice**
([18])

• **Descrizione geometrico differenziale della serie centrale inferiore del gruppo fondamentale di un allacciamento (link) in termini di connessioni di Chen. Link Brunniani**
([10],[12],[16],[30],[32],[35],[36])

• **Costruzione geometrico-differenziale di rappresentazioni del gruppo di Heisenberg**
([5])

Accanto a tali contributi alla geometria M.S. ha sviluppato le seguenti applicazioni fisico-matematiche della stessa per lo più nell'ambito della *quantizzazione geometrica*:

• **Teoria quantistica dei vortici e invarianti di allacciamenti (links)**
([10],[12],[16],[26],[27],[30],[32],[35],[36])

• **Principio di indeterminazione generalizzato e proprietà degli stati coerenti. Meccanica quantistica geometrica. Monodromia**.
([18],[28],[34],[37],[39],[40])

• **Problema di Keplero**
([7])

• **Ciclo di Maslov e applicazioni (materiali iperelastici, nodi)**
([23],[35],[36])

• **Questioni connesse alla geometria non commutativa, relatività generale**
([11],[31],[47])

Segnaliamo il seguente filone recente:

• **Applicazioni della geometria alla visione computazionale**
([42],[47])

Infine, segnaliamo il filone originario dell'attività di ricerca di M.S.

• **Teoria C*-algebrica dei campi quantizzati**
[1-4]

Quest'ultimo filone non è propriamente geometrico, ma le idee e le tecniche qui utilizzate hanno trovato importanti applicazioni geometriche (Grassmanniana di Sato-Segal-Wilson, indice equivariante sullo spazio dei cappi di $\mathbf{R}^n$ e generalizzazioni).

M.S. ha interagito e interagisce a vari livelli con numerosi studiosi italiani e stranieri di prestigio, tra i quali (ordine alfabetico) *F. Cardin* (Padova), *S. Doplicher* (Roma, La Sapienza), *G. Gaeta* (Milano), *V. Penna* (Politecnico di Torino), *M. Rasetti* (Politecnico di Torino e IAS Princeton), *S. Scarlatti* (Roma, Tor Vergata), *G. Valli* (Pavia), *T. Wurzbacher* (Metz), (collaboratori) e *L. Accardi* (Roma, Tor Vergata), *P. Akhmet'ev* (Izmiran) *A. Carey* (Canberra) *C. D'Antoni* (Roma, Tor Vergata), *C. De Concini* (Roma, Tor Vergata), *G. Elliott* (Copenhagen e Toronto), *G. Goldin* (Rutgers), *D. Guido* (Roma, Tor Vergata), *K. Hannabuss* (Oxford) *C. Hsieh* (Taipei) *L. Kauffman* (Chicago) *G. Landi* (Trieste), *R. Longo* (Roma, Tor Vergata), *P. Marchetti* (Padova) *M. Matone* (Padova) *J. Mickelsson* (Stoccolma) *I. Mladenov* (Sofia), *S. Paycha* (Clermont-Ferrand) *P. Piazza* (Roma, La Sapienza) *R. Picken* (Lisboa), *E. Previato* (Boston), *J. Rawnsley* (Warwick), *T. Regge* (Torino), *R. Ricca* (Milano Bicocca) *M. Rieffel* (Berkeley), *S. Rosenberg* (Boston).

Inoltre svolge funzione di avviamento alla ricerca per studenti laureati e non (lavori pubblicati in collaborazione con *F. Coiai, A. Benvegnù e N. Sansonetto, A. Besana*, v. anche oltre)

• *Partecipazione a progetti di ricerca nazionali e internazionali, organizzazione di incontri e congressi*

Attualmente M.S. partecipa al Progetto PRIN 2008 Geometria non commutativa, gruppi quantici e applicazioni (Resp. G.Landi (Trieste) e al GREFI-GENCO, Gruppo di Ricerca Franco-Italiano in Geometria Non Commutativa (Resp. D.Guido e J.L.Sauvageot).

Nel 1999 e nel 2004 ha organizzato tramite il programma visitatori del GNSAGA la visita di un mese del Prof. T. Wurzbacher a Padova, e nel 2005 una nuova visita dello stesso a Padova per un corso di dottorato sulla teoria dell'indice. Ha altresì ospitato la Prof.ssa E. Previato nel 2002 per un mese nell'ambito degli scambi accademici Padova-Boston.

Ha collaborato all'organizzazione del convegno internazionale: Three days on Mathematical Models of Quantum fluids: Geometrical, Analytical and Computational Aspects, Verona, 14-17 settembre 2009 (M. Caliari, L.M. Morato, M.S., S.Zuccher).

Ha organizzato il convegno internazionale "Entanglement and Linking", Pisa 18-19 maggio 2011, nell'ambito del programma "Knots and Applications" del Centro di Ricerca Matematica "Ennio De Giorgi".

Ha organizzato, assieme alla Prof.ssa A. Di Pierro, una *Lectio Magistralis* del prof. L.H. Kauffman, tenutasi presso il Dipartimento di Informatica a Verona il 9 maggio 2011.

• *Descrizione dei lavori*

Passiamo ora ad una descrizione dei lavori filone per filone, cui si fa precedere volta per volta una sommaria illustrazione della problematica generale e delle motivazioni.

1. Geometria

1.1 Geometria differenziale della Grassmanniana di Sato-Segal-Wilson e questioni connesse.

Lo studio della Grassmanniana di Sato-Segal-Wilson, oltre a rivestire un notevole interesse in sé nell'ambito della geometria differenziale in dimensione infinita, è fondamentale per comprendere l'analisi armonica dei gruppi di cappi (loop groups), ovvero la teoria delle loro rappresentazioni unitarie irriducibili, che è possibile formulare alla Borel-Weil (vedi oltre) nonché per comprendere la struttura geometrica delle soluzioni delle equazioni KdV (o, più in generale KP), che a loro volta giocano un ruolo fondamentale nel problema di Schottky. Inoltre tale varietà costituisce un naturale banco di prova per l'estensione di tecniche geometrico-differenziali e geometrico-algebriche in un contesto infinito dimensionale, dove è necessario superare numerose difficoltà analitico-funzionali

Veniamo ora all'esposizione dei risultati ottenuti.

1.1.1. Caratterizzazione alternativa della Grassmanniana. Coordinate ed equazioni di Plücker della Grassmanniana attraverso un'immersione alla Kodaira tramite il duale del fibrato determinante ([21],[22]). Nuova costruzione del fibrato determinante ([24],[25]). Applicazioni alle equazioni KP [43].

Si considera la Grassmanniana di Segal e Wilson $Gr(K, K_+)$ o più brevemente Gr, ottenuta a partire da una polarizzazione $K = K_+ \oplus K_-$ di uno spazio di Hilbert di dimensione infinita (con $K_\pm$ pure di dimensione infinita), la quale consiste di tutti i sottospazi chiusi W di K tali che $E_W - E_+$ sia un operatore di Hilbert-Schmidt. Con E_W si denota l'operatore di proiezione ortogonale sul sottospazio W. Tale caratterizzazione, diversa dalla definizione usuale (v.Pressley-Segal) è data in [21]. Dunque, si considerano tutti i sottospazi "vicini" ad un sottospazio dato. La norma Hilbert-Schmidt emerge in modo naturale dagli esempi ed è a posteriori geometricamente giustificata dalla teoria sviluppata in [21], [24]. È noto che $Gr(K, K_+)$ è una varietà Kähleriana omogenea rispetto all'azione del gruppo unitario *ristretto* $U_{res}(K)$, costituito da tutti gli operatori unitari che commutano con $J = E_+ - E_-$ a meno di un operatore di Hilbert-Schmidt.

Determiniamo esplicitamente le *equazioni di Plücker* che governano l'immersione della Grassmanniana in un opportuno spazio proiettivo $P(H)$. Si pensi, in dimensione finita, al famoso esempio dell'immersione di $Gr_2(4) \hookrightarrow P^5$ come *quadrica di Klein.* Il punto cruciale è nell'osservare che su H agisce l'algebra delle Relazioni Canoniche di Anticommutazione (CAR) -una versione infinito dimensionale di un'algebra di Clifford- o, più esattamente una sua opportuna rappresentazione) e di usare la teoria C*-algebrica soggiacente, di Powers e Størmer, per formulare le corrette generalizzazioni dei concetti finito-dimensionali. La Grassmanniana appare come *intersezione di quadriche*, ognuna delle quali è un cilindro su una quadrica finito-dimensionale.

L'immersione viene interpretata nel senso di Kodaira attraverso le sezioni olomorfe (di"quadrato sommabile") del (duale del) *fibrato determinante* e viene realizzata una rappresentazione unitaria *proiettiva* irriducibile di $U_{res}(K)$ alla *Borel-Weil* (analogamente a quanto accade nel caso finito-dimensionale per il gruppo unitario). La rappresentazione diviene unitaria passando ad una *estensione centrale* tramite $U(1) \cong SO(2)$. A livello di algebra di Lie, il 2-cociclo corrispondente è la forma di Kähler della Grassmanniana. È questo un notevole esempio di *quantizzazione geometrica* in dimensione infinita. In modo informale, la fibra del fibrato determinante sopra un sottospazio W di Gr è data da $\mathbf{C}w_1 \wedge w_2 \wedge \ldots$, dove $(w_1, w_2, \ldots)$ è una base (*ammissibile* nel senso di Pressley e Segal) di W. Nella terminologia di V.Kac, si tratta di un *prodotto esterno semi-infinito.*

Tale fatto ha suggerito la possibilità di definire *ex novo* il fibrato determinante sfruttando l'equivarianza rispetto a tale gruppo. La nuova costruzione è agevole, trasparente e non fa uso esplicito di funzioni di transizione, e la banalità locale risulta automatica dal fatto che le fibre appaiono come rette per l'origine in uno spazio di Hilbert H e pertanto è "sintetica".

Per darne un'idea, seppur vaga, è necessario dapprima gettare un rapidissimo sguardo alla costruzione di Gelfand-Naimark-Segal (GNS) che esamineremo in un caso semplice e tuttavia importante poiché riformula importanti risultati dell'analisi reale classica.

L'algebra delle funzioni continue su uno spazio topologico compatto (per fissare le idee) $C^0(X)$ agisce come algebra di operatori in modo naturale (moltiplicazione) su $L^2(X,\mu)$ dove μ è una qualsiasi misura di Borel (positiva) normalizzata ($\int_X d\mu = 1$). Applicando $C^0(X)$ alla funzione $1 \in L^2(X,\mu)$ si ottiene un sottoinsieme denso di $L^2(X,\mu)$ (teorema di Riesz-Fisher). Si dice allora che $1 = \xi_\mu$ è un vettore (di norma 1) *ciclico* per la rappresentazione data (GNS) π_μ di $C^0(X)$ su $L^2(X,\mu) = H_\mu$. In definitiva si ha la terna GNS $(\pi_\mu, H_\mu, \xi_\mu)$. In vista di ulteriori generalizzazioni, si ricordi in tale contesto il teorema di Riesz-Markov che consente di identificare le misure positive con funzionali lineari positivi su $C^0(X)$.

La costruzione precedente si generalizza ad una C^*-algebra qualsiasi A e ad un suo *stato* ω (funzionale lineare positivo di norma 1). Qui diciamo solo che una C*-algebra può sempre essere vista concretamente come $*$-sottoalgebra chiusa in norma dell'algebra degli operatori lineari e continui (cioè limitati) su uno spazio di Hilbert. La rappresentazione GNS associata è denotata con $(\pi_\omega, H_\omega, \xi_\omega)$. Ora, l'idea fondamentale è che *i punti della Grassmanniana (letti come operatori di proiezione E) sono in corrispondenza biunivoca con un particolare sottoinsieme di stati dell'algebra CAR* (detti *stati quasi-liberi gauge invarianti*; ci limitiamo a dire che questi emergono in modo naturale nella trattazione matematica della teoria della superconduttività di Bardeen, Cooper e Schrieffer) tali che le loro rappresentazioni GNS risultino unitariariamente equivalenti, e che pertanto possono essere realizzate *su uno stesso spazio H*. Ciò equivale anche a dire che il sottogruppo di $U(K)$ che dà luogo ad automorfismi della CAR algebra unitariamente implementabili nello spazio dato (ossia sono della forma $U(\cdot)U^{-1}$) è precisamente $U_{res}(K)$. In virtù del teorema di Powers-Størmer ciò equivale a dire che $E - E_+$ è Hilbert-Schmidt, il che corrisponde esattamente alla condizione caratterizzante la Grassmanniana! Inoltre (vedi di seguito) $\|E_1 - E_2\|^2$ ha il notevole significato geometrico di *Diastasi di Calabi*. Pertanto *le fibre del fibrato determinante sono costituite dai sottospazi unidimensionali $< \xi_E >$ generati dai vettori GNS*. Ricordiamo poi che equazioni di Plücker prendono la forma estremamente compatta (adattabile anche al caso finito-dimensionale)

$$a(w)^* W = 0 \qquad \forall w \in W.$$

ove $W \in Gr$ ($a(w)^*$ è un *operatore di creazione* nell'appropriata rappresentazione dell'algebra CAR) e queste vengono naturalmente interpretate in termini del *Principio di Esclusione di Pauli*.

1.1.2 Nuova costruzione del fibrato Pfaffiano. Costruzione della "Spin^c Representation" in dimensione infinita alla Borel-Weil. Spinori alla Elie Cartan. Immersioni di Segre di Grassmanniane ([24],[25])

È possibile un'analoga costruzione intrinseca ed equivariante del fibrato lineare olomorfo Pfaffiano, che risulta essere la *radice quadrata* (olomorfa) del fibrato determinante, previa restrizione alla *Grassmanniana isotropa* costituita dalle possibili *strutture complesse* su uno spazio di Hilbert reale H "vicine" ad una prefissata. Il nome è giustificato dal fatto che una struttura complessa, a sua volta, corrisponde ad un sottospazio isotropo rispetto alla forma bilineare indotta da una fissata complessificazione $H_{\mathbf{C}}$ di H. La struttura di fibrato viene mostrata utilizzando i risultati di Shale e Stinespring. Il gruppo coinvolto è il gruppo ortogonale ristretto $O_{res}(H)$. Le sezioni olomorfe del duale del fibrato lineare Pfaffiano realizzano una rappresentazione proiettivamente unitaria di tipo Borel-Weil del gruppo ortogonale ristretto $O_{res}(H)$. Tale rappresentazione è detta *rappresentazione spinoriale* (o meglio Spin^c-representation) e generalizza le note costruzioni di Brauer e Weyl e di E.Cartan nel caso finito-dimensionale, fornendo nel contempo una vivida interpretazione geometrica della teoria algebrica di Shale e Stinespring.

La proprietà fondamentale del fibrato Pfaffiano risulta essere una conseguenza di un isomorfismo canonico esistente tra l'algebra $A(K)$ e l'algebra $A(K')$, con K' il duale di K (detta *Corrispondenza Fock - anti-Fock* che scambia operatori di creazione con operatori di distruzione sul duale. Tra gli altri risultati menzioniamo una *immersione alla Segre* di un prodotto di due "piccole" grassmanniane in una "grande", interpretabile in termini di prodotto tensoriale di due rappresentazioni quasi-libere, che tra l'altro rimpiazza la "applicazione quadrato" di Pressley-Segal, che mostriamo non essere ben definita.

Per concludere, vogliamo osservare come in tali lavori si mostra come ogni operazione o concetto C^*-algebrico possiede una *controparte geometrica* che gliene conferisce un significato più chiaro e profondo.

Nel lavoro [43], in parte di rassegna, si collega la teoria generale suesposta alle grassmanniane "concrete" delle varie gerarchie KdV, KP, deteminandone una nuova (di Segre), e viene offerta una nuova dimostrazione della reciprocità di Weil in termini di diastasi di Calabi.

1.1.2 Diastasi di Calabi e identità determinantali Diastasi di Calabi della Grassmanniana e "formule di bosonizzazione". Corollario al teorema di Quillen sul fibrato determinante. Teorema di rigità di tipo Calabi. Teorema di risoluzione di singolarità per mappe pluriarmoniche.([17],[21])

Nel lavoro [17] studiamo in contesti infinito dimensionali la *diastasi* di Calabi, traendo ispirazione dalle ricerche di M. Cahen, S. Gutt e J. Rawnsley sulla quantizzazione geometrica delle varietà Kähleriane. Detta funzione possiede notevolissime proprietà che la rendono di fondamentale importanza in geometria analitica. In molti casi essa coincide con la distanza geodetica, il che ne spiega il nome. Ci limitiamo, in vista dell'esposizione dei nostri risultati, ad osservare che essa risulta definita (localmente) a partire da un fissato *potenziale Kähleriano* ed è tuttavia *indipendente da questo*. Fissandone uno dei suoi due argomenti, la diastasi risulta essere essa stessa un potenziale Kähleriano "canonico". Inoltre essa si comporta in modo naturale sotto "pull-back". Ora, grazie all'indipendenza dal potenziale Kähleriano, calcolandola in due modi diversi fornisce *identità diastatiche* potenzialmente *non banali*. Questa osservazione è stata applicata al caso di Gr e al caso (studiato da D. Quillen e poi da J.M. Bismut e D. Freed) della varietà affine Kähleriana consistente di tutti gli operatori $\overline{\partial}$ su un fibrato vettoriale olomorfo su una superficie di Riemann Σ di genere g. Si richiede in quest'ultimo caso che l'indice di tali operatori sia zero, e ciò porta, in base al teorema di Riemann-Roch (generalizzato; si tratta di un caso particolare del teorema dell'indice di Atiyah-Singer) alla condizione $d = r(g-1)$ (d = grado di E (prima classe di Chern), r = rango di E. Quillen ha definito per tale varietà il cosidetto *fibrato determinante*, ha introdotto una metrica su questo fibrato con una connessione naturale compatibile e ne ha calcolato la curvatura mostrando che essa coincide essenzialmente con la forma di Kähler (in altre parole, ha sviluppato il programma della *quantizzazione geometrica* per tale varietà). Proseguendo, noi mostriamo che un punto di vista diastatico conduce ad una *identità determinantale* apparentemente insospettata, che riportiamo qui sotto

$$|det(D_A^* \cdot D_B)|^2 = \exp(\|A-B\|^2)\, det(D_A^* \cdot D_A) det(D_B^* \cdot D_B)$$

(dove $D_A = \overline{\partial}_E + A$, con $\overline{\partial}_E$ un operatore fissato e $A \in \Omega^{(0,1)}$ e $\|A\|^2 = \int_\Sigma tr(A^*A)$. I determinanti in questione vanno intesi in senso *regolarizzato* (tramite un' appropriata *funzione Zeta di Riemann*, alla Ray-Singer). L'idea é la seguente: si parta da una matrice diagonale (finito-dimensionale) con autovalori positivi. Si trova facilmente

$$detA = \exp tr \log A = \exp(-\zeta_A'(0))$$

con $\zeta_A(s) = tr(A^{-s})$. Il secondo membro ha senso per un operatore ellittico e ne definisce il suo determinante alla Ray-Singer.

Lavorando allo stesso modo sulla Grassmanniana, si giunge alle considerazioni

seguenti: in primo luogo, la diastasi è il quadrato della norma Hilbert-Schmidt della differenza di due proiettori corrispondenti a due sottospazi della Grassmanniana (nella stessa carta locale) (ecco un ulteriore e decisivo significato geometrico della teoria di Powers-Størmer!). In secondo luogo il prodotto scalare tra due sottospazi visti come elementi dello spazio GNS di un'opportuna rappresentazione dell'algebra CAR uguaglia (a meno di un fattore di fase) quello tra gli stessi sottospazi letti alla Borel-Weil come sezioni olomorfe di un fibrato lineare olomorfo ed hermitiano (il duale del fibrato determinante su Gr: ciò è un esempio di quella che viene chiamata "bosonizzazione".

Inoltre, basandoci su un teorema di E.Wigner che si può interpretare come un analogo (in un contesto Hilbertiano) del teorema fondamentale della geometria proiettiva - data un'applicazione $T : P(H) \to P(H)$ che conserva i moduli dei prodotti scalari, essa è indotta da un operatore unitario o antiunitario sul soggiacente spazio di Hilbert - generalizziamo un *teorema di rigidità* di Calabi: date due immersioni di una varietà complessa connessa e semplicemente connessa nella Grassmanniana aventi gli stessi pull-back della forma di Kähler, allora tali immersioni sono connesse da un'*isometria* di $P(H)$. Inoltre si provano alcuni risultati concernenti proprietà delle mappe pluriarmoniche da una varietà complessa in un loop group.

1.1.3 Immersioni di gruppi di cappi basati (Based Loop Groups) in Grassmanniane. Loro geometria differenziale estrinseca ed intrinseca, Geometria e operatore di Dirac sugli spazi di cappi e generalizzazioni, gerbes ([29], [33], [36], [38], [41], [44], [46])

Riguardo alla geometria differenziale della Grassmanniana si sono provati inoltre i seguenti risultati. Intanto, essa è una varietà riemanniana simmetrica isotropicamente irriducibile (la rappresentazione di isotropia è irriducibile). Si sono determinati esplicitamente il tensore di curvatura di Riemann e il tensore di Ricci, dimostrando che quest'ultimo possiede una divergenza lineare (in modo informale, i suoi autovalori tendono ad 1). Si riottiene in particolare che le Grassmanniane finito-dimensionali $G_k(n)$ sono varietà di Kähler-Einstein (KE), ovvero esse sono varietà Kähleriane in cui il tensore di Ricci è proporzionale alla metrica (il fattore di proporzionalità è n).

È poi noto che i cosiddetti gruppi di lacci basati (varietà della forma LK/K, con K un gruppo di Lie semplice) si immergono in Gr ed ereditano la metrica (di Sobolev) $H^{\frac{1}{2}}$. Si è calcolato il tensore di curvatura di Riemann distinguendone una parte estrinseca (dipendente dalla varietà ambiente) e le correzioni normali dipendenti dalla seconda forma fondamentale (equazioni di Gauss). Quindi, aggirando alcune difficoltà tecniche derivanti dal contesto infinito-dimensionale, e richiedendo in particolare la persistenza di una forma di minimalità (derivante dalla situazione finito dimensionale: una sottovarietà complessa di una varietà Kähleriana è minimale, ossia il vettore di curvatura media è identicamente nullo) abbiamo calcolato il tensore di Ricci dimostrando che LK/K è KE, con un fattore di proporzionalità dipendente dal valore dell'operatore di Casimir in una data rappresentazione unitaria irriducibile di K. (per $SU(d)$ vale $2d$). È interessante notare come la parte "normale" del tensore di Ricci sia logaritmicamente divergente (la traccia dell'operatore diverge come $\log N$), ma grazie all'analogo contributo (di segno opposto!) della parte estrinseca, si ha un risultato finito. Si nota qui un interessante collegamento con le cosiddette tracce singolari (alla Dixmier) e con la teoria dei residui di Adler-Manin, Gullemin, Wodzicki.

Nel lavoro [33] (valutazione CIVR 2006: eccellente) affrontiamo il problema della definizione rigorosa del *fibrato spinoriale* e dell'*operatore di Dirac* equivariante (per rotazione: Dirac-Ramond) sullo spazio dei cappi associato ad una varietà spin di dimensione finita, partendo da formule euristiche provenienti dalla teoria delle corde (cf. Witten, Killingback). Abbiamo fornito una definizione rigorosa degli oggetti sopra menzionati su $\mathbf{R}^n$, calcolando inoltre il corrispondente *indice equivariante*, legato alla *partitio numerorum* di Eulero. Le tecniche utilizzate sono di tipo analitico-funzionale; cruciale è l'idea di impiegare rappresentazioni dell'algebra CAR realizzate tramite prodotti diretti "incompleti" (nel senso di J. von Neumann), seguendo Guichardet (tale idea è mutuata dal primo filone di ricerca di M.S. v. anche oltre). Si fa poi uso ripetuto del teorema di Nelson sui vettori analitici. Sono stati inoltre evidenziati legami con l'approccio probabilistico e con la quantizzazione supersimmetrica di Grosse e Langmann: l'operatore di Dirac-Ramond appare come la seconda quantizzazione della corrente di E.Noether associata alla trasformazione di supersimmetria che scambia bosoni e fermioni. Nel lavoro [38], di lunga gestazione, fortemente basato su [25], e sulla scia della corrispondente costruzione finito dimensionale di M.Dubois-Violette, costruiamo due spazi twistoriali (fibrazioni in strutture complesse) sullo spazio dei lacci, e ne stabiliamo l'equivalenza nel caso Kàhleriano e interpretiamo l'ostruzione all'esistenza di una struttura di stringa (l'equivalente nel contesto dei lacci di una struttura di spin) in termini di banalità di un opportuno "covone" (gerbe), secondo i dettami della teoria di Brylinski (costruzione di GLSW), e nello stesso tempo, come esistenza di un fibrato lineare che, ristretto sulle singole fibre (Grassmanniane isotrope) , riproduca il fibrato Pfaffiano. Tale ostruzioni vengono descritte da opportune classi di coomologia di Dixmier-Douady (di cui proviamo l'equivalenza). Il tutto si basa su uno studio dettagliato del fibrato tangente dello spazio dei cappi, di cui esibiamo funzioni di transizione particolarmente espressive, in termini di logaritmi (nel senso di Dunford) dell'operatore di trasporto parallelo. Strettamente collegato a ciò è lo studio della famiglia degli operatori di Atiyah (introdotti da questi in modo euristico in un influente lavoro del 1985), che risulta cruciale nell'effettiva costruzione di uno dei due spazi twistoriali.

Il lavoro contiene anche una descrizione dettagliata del "funtore di cappio" (loop functor), spesso data per scontata in letteratura.

In [41] si utilizza la metrica L^2 su spazi di applicazioni, (la cui geometria differenziale è suscettibile di un'agevole descrizione "puntuale" per dimostrare l'esistenza di buoni ricoprimenti; tale risultato permette di estendere a tali ambienti i risultati finito-dimensionali sul calcolo della coomologia di Čech in termini di ricoprimenti aciclici e l'isomorfismo Čech - de Rham.

Il lavoro [44] si colloca in questo filone e mira ad una semplice costruzione "classica" e ricorsiva di "q + 2-gerbes con multi-connessione" sullo spazio base di una fibrazione come ostruzione all'incollamento di una famiglia di "q + 1-gerbes" sulle fibre per ottenere un "q + 1-gerbe" sullo spazio totale. Precisamente si mostra che ogni classe di coomologia trasgressiva in $H^q(F)$ sulla fibra F (i.e. un $q + 1$-gerbe), conduce ad un gerbe con multi-connessione sulla base. Si fornisce inoltre un'interpretazione di alcune classi di"gerbopoli" di Picken e Ferreira-Gothen come classi di Eulero di fibrati in sfere associati a fibrati vettoriali, fornendo in particolare un ritratto "gerbistico" delle classiche fibrazioni di Hopf, nonché una rilettura delle "strutture di stringa" alla Cocquereaux -Pilch e alla S.-Wurzbacher .

Nel lavoro [46] si fornisce un'interpretazione della funzione zeta di Riemann in termini di un indice equivariante di un operatore di Dirac-Ramond generalizzato, e si estende il tutto al caso delle *membrane frattali* di Lapidus. Si costruisce poi un modello fermionico di tipo Bost-Connes, nello specifico di una famiglia di stati KMS dotata di "transizione di fase", nel senso della presenza di un cambio del tipo di algebra di von Neumann coinvolta (i.e. la chiusura debole della rappresentazione GNS indotta dallo stato in questione), da III_1 a I_∞ nel senso della classificazione di Connes.

1.2.1 Descrizione geometrico differenziale degli spazi di moduli dei minimi del funzionale di Yang-Mills per i tori non commutativi quali riduzioni simplettiche a partire da un'applicazione momento naturale ([15], [19], [13], [8])

Richiamiamo brevemente la tecnica di riduzione di Marsden-Weinstein, che introdotta originariamente in ambito fisico matematico (costituisce infatti una generalizzazione della teoria del momento angolare nella dinamica del corpo rigido e, in ambito hamiltoniano, del teorema di E.Noether) ha avuto notevoli applicazione in numerosi altri campi, come la teoria di Yang-Mills su superficie di Riemann sviluppata da Atiyah e Bott, e la teoria di F. Kirwan. Data una varietà simplettica (M, ω) su cui agisca un gruppo di Lie, G con algebra di Lie $\mathbf{g}$, modulo condizioni tecniche di tipo coomologico, è possibile definire un'*applicazione momento* $\mu : M \to \mathbf{g}^*$ (duale di $\mathbf{g}$ che risulti G-equivariante. Il punto cruciale è che le orbite della rappresentazione coaggiunta di G (su $\mathbf{g}^*$ sono varietà simplettiche (Kirillov). Fissato un elemento $f \in \mathbf{g}$, si consideri

$$M_f = \mu^{-1}(f)/G_f,$$

dove G_f è il sottogruppo di isotropia di f (pensato agente su M). In condizioni opportune M_f risulta pure una varietà simplettica, detta varietà *ridotta* (nel senso di Marsden-Weinstein).

Lo scopo di questi lavori è l'estensione della teoria di Atiyah-Bott in un contesto di geometria differenziale non commutativa. Ricordiamo che, in virtù del teorema di Swan, il concetto di fibrato vettoriale su una varietà (o, più precisamente, delle sue sezioni) può essere riformulato in modo puramente algebrico: esso corrisponde ad un modulo proiettivo finitamente generato sull'algebra delle funzioni lisce sulla varietà. Ciò permette di considerare "fibrati vettoriali" su una qualsiasi algebra ed parimenti è possibile sviluppare l'apparato della geometria differenziale in tale contesto e porre per esempio il problema di Yang-Mills: determinare le soluzioni di tali equazioni (o una loro sottoclasse particolare) a meno di equivalenza di gauge: in forma geometrica, si tratta di descrivere uno *spazio di moduli.* Sono stati considerati i cosiddetti *tori non commutativi* (C^*-algebre universali generate da una famiglia finita di unitari su uno spazio di Hilbert soggetti commutanti a due a due a meno di un fattore di fase; il toro ordinario è recuperato attraverso la sua algebra delle funzioni continue che, in base alla teoria di Fourier e al teorema di approssimazione uniforme con polinomi trigonometrici di Weierstrass è generata appunto dai due operatori unitari corrispondenti alle rotazioni sui cerchi componenti.

Risultati. Si fa vedere che, restringendoci ad una classe speciale di fibrati su tori, i minimi del funzionale di Yang-Mills (sempre modulo equivalenza di gauge) costituiscono una varietà simplettica ridotta nel senso di Marsden-Weinstein. La riduzione si opera a partire dalla varietà simplettica costituita da tutte le connessioni irriducibili. L'applicazione momento è la funzione che associa ad una connessione la sua curvatura, e il gruppo coinvolto è il gruppo di "gauge" (endomorfismi del fibrato). In tal modo si generalizzano i risultati di Connes e Rieffel e se ne fornisce una chiara interpretazione geometrica nello spirito della teoria di Atiyah-Bott. Inoltre si dà una dimostrazione rapidissima di un importante risultato di Rieffel sui punti critici (non necessariamente minimi) sul 2-toro non commutativo. La teoria viene poi interpretata anche nell'ambito della teoria del gruppo di Heisenberg. Lo sviluppo della teoria richiede l'estensione della teoria ellittica in ambito non commutativo (spazi di Sobolev e corrispondenti teoremi di Sobolev, Rellich, Maurin, nonchè condizioni sufficienti affinché tali spazi costituiscano algebre di Banach), e, infine, risultati di regolarità ellittica e *bootstrapping*: ciò è stato fatto nel lavoro [13] (e anche in [15]).

1.2.2 Geometria differenziale non commutativa, riemanniana, e relatività generale [31], [46]

In collaborazione con F. Coiai (che ha in seguito ottenuto il dottorato alla SISSA) si sono affrontati, nel corso della sua tesi di laurea, problemi relativi all'uso della geometria differenziale non commutativa nella costruzione di teorie gravitazionali (principio di azione spettrale di Chamseddine-Connes); abbiamo ottenuto due dimostrazioni molto semplici del teorema di Kastler e Kalau-Walze, una basata su metodi classici coinvolgenti l'operatore del calore e mostrato come un approccio diretto basato sul residuo di Wodzicki fornisca l'azione classica (che approssima l'azione di Connes), data da un termine cosmologico oltre all'usuale azione di Einstein-Hilbert. Inoltre si sono esaminati i rapporti tra azione spettrale e azione di Einstein-Hilbert tramite un approccio "classico", ispirato (ma diverso) da quello dovuto a G. Landi e C. Rovelli, che porta a vedere i cosiddetti istantoni gravitazionali sotto una nuova luce. Il frutto di tali ricerche è la nota [31].

Il lavoro [45], gia' descritto, si puo' collocare in questo filone.

1.3 Descrizione esplicita delle orbite critiche del quadrato dell'applicazione momento associata and una rappresentazione irriducibile di un gruppo di Lie semplice.[18]

Il programma di F. Kirwan e L. Ness è qui sviluppato in un caso particolare importante in sé, ovvero lo studio delle G-orbite in uno spazio proiettivo associato ad una rappresentazione unitaria irriducibile di un gruppo di Lie semplice, determinando condizioni necessarie e sufficienti (in termini della geometria del "root pattern" associato all'algebra di Lie semplice in questione) affinché un orbita sia critica per il quadrato dell'applicazione momento. in particolare si trova che le orbite *simplettiche* sono sempre critiche, e ciò non sembrava essere stato notato esplicitamente prima, ma che il viceversa è falso. Si generalizzano inoltre risultati di interesse fisico-matematico, basandoci sull'osservazione cruciale che il quadrato dell'applicazione momento coincide essenzialmente, a meno di una costante additiva (che etichetta la rappresentazione irriducibile in questione) con la cosiddetta *indeterminazione invariante* di Perelomov e Delbourgo.

1.4 Costruzione geometrico-differenziale di rappresentazioni del gruppo di Heisenberg. Reinterprezione del teorema di Abel-Jacobi,[5], [28]

È ben noto il legame esistente tra l'analisi armonica sul gruppo di Heisenberg e la teoria delle *funzioni theta*, sfruttato appieno da D.Mumford nella teoria delle varietà abeliane. Qui si propone un approccio geometrico differenziale di alcuni aspetti della teoria.

In questo lavoro si costruisce una famiglia di rappresentazioni unitarie irriducibili del gruppo di Weyl-Heisenberg (tutte equivalenti fra loro, in virtù del teorema di Stone-von Neumann) in chiave geometrico differenziale. Il punto di partenza è l'individuazione del legame tra la dimostrazione originale di von Neumann
(l'irriducibilità di una tale rappresentazione si riduce a provare che il nucleo di un certo operatore è unidimensionale) e il teorema di Riemann-Roch applicato ad una varietà abeliana (toro algebrico ovvero immergibile in un opportuno spazio proiettivo) principalmente polarizzata, in cui lo spazio delle sezioni olomorfe di un certo fibrato risulta unidimensionale e corrisponde alla funzione *theta* di Riemann. Più esattamente, l'idea cruciale è identificare operatori di annichilazione con operatori $\overline{\partial}$. L'immagine che ne emerge è la seguente: a livello infinitesimale la rappresentazione di Heisenberg

$$[P, Q] = iI$$

esprime la *curvatura della connessione canonica* (di Chern-Bott) sul fibrato olomorfo in questione (lo spazio di Hilbert della rappresentazione consiste delle sezioni di quadrato sommabile rispetto ad un'opportuna metrica hermitiana) e gli operatori P (impulso) e Q (posizione) appaiono come *derivate covarianti*. Passando alla forma integrale di Weyl, si ottiene una chiara interpretazione della stessa in termini di *trasporto parallelo* (formula di Levi Civita), interpretazione che abbiamo esteso anche in un contesto non commutativo nel lavoro [11].

Come applicazione della teoria degli stati coerenti (v.oltre) viene fornita in [28] una dimostrazione del teorema di Abel-Jacobi in termini di diastasi di Calabi e dedotte nuove *identità theta*.

1.5 Costruzione geometrico differenziale in termini di connessioni formali di Chen di rappresentazioni della serie centrale inferiore del gruppo fondamentale di un allacciamento. Aspetti geometrici della teoria dei nodi ([10], [12], [16], [27], [32], [35], [36], [47])

In tale gruppo di lavori sviluppiamo un approccio geometrico-differenziale per descrivere la serie centrale inferiore del gruppo di un allacciamento (link) in termini delle *connessioni formali* e degli *integrali iterati* di K.T.Chen, mostrando inoltre che gli invarianti del link si trovano nel centro dell'algebra inviluppante dell'algebra di Lie (infinito dimensionale) del gruppo dei diffeomorfismi dello spazio che conservano il volume (campi vettoriali a divergenza nulla). L'idea di base è l'osservazione che una connessione *piatta* (curvatura nulla) induce una rappresentazione del gruppo fondamentale di una varietà. Nel nostro caso i *generatori* del gruppo appaiono come *operatori di trasporto parallelo* (e corrispondono alle componenti del link) e le relazioni esprimono condizioni di *annullamento di curvatura.* (si ottiene una gerarchia di *equazioni di Chen*) L'uso degli *integrali prodotto* (Volterra, Schlesinger) è adatto per la sua forma "moltiplicativa" (è qui coinvolta una versione generalizzata del teorema di Stokes). Inoltre, la gerarchia delle equazioni di Chen può essere derivata in modo compatto da un'opportuna lagrangiana di tipo *Chern-Simons* (classe caratteristica secondaria) dal chiaro significato geometrico e topologico: essa contiene informazioni sui *linking numbers* delle componenti del link e sulla possibile formazione di *anelli di Borromeo.* In [32] si fornisce, nello stesso spirito, un approccio geometrico differenziale (ispirato alla teoria di Chern-Weil) ai *linking numbers* di ordine superiore di Milnor-Massey, e si fa vedere che essi possono interpretarsi come linking numbers ordinari. Si prova una versione del teorema di Turaev-Porter sull'uguaglianza dei linking numbers di Milnor e di quelli di Massey calcolando in due modi diversi un opportuno operatore di trasporto parallelo. Nel contempo si ottiene una chiara interpretazione geometrica dell'approccio combinatorio-gruppale di Milnor.

Nel lavoro [35] (con A. Besana, Ph.D. marzo 2005, supervisione del sottoscritto) si forniscono varie interpretazioni meccaniche dell'incorniciamento di un nodo (framing), riconducibili alla scelta di una funzione di fase (localmente costante) su una sottovarietà Lagrangiana, e si stabilisce un'analogia con la teoria di Maslov, attraverso la teoria di Chern-Simons-Witten abeliana. L'integralità del linking number di Gauss è collegata ad una condizione di tipo Bohr-Sommerfeld. Si stabilisce inoltre un legame con le rappresentazioni scalari del gruppo delle trecce emergenti nell'approccio di Goldin, Menikoff e Sharp alla teoria dei vortici quantistici (v. anche 2.1) e si fornisce una semplice intepretazione delle cosiddette funzioni d'onda anioniche di Laughlin in termini di quantizzazione geometrica.

[36] è un lavoro di rassegna basato principalmente su [35] e [32], in cui si riesamina la problematica dei numeri di allacciamento da un punto di vista più generale e in cui si dimostrano due risultati nuovi: il primo generalizza il teorema "l'elicita' minora l'energia", di V.Arnol'd, ad un campo magnetico congelato in un fluido, modellato su un link brunniano, l'altro fornisce una nuova rappresentazione del gruppo delle trecce pure a tre fili, ispirata a [32], in cui l'identita' di Arnold viene vista come condizione di piattezza di una connessione nilpotente.

Nel lavoro [47] estendiamo tale idea e costruiamo una famiglia di connessioni nilpotenti piatte la cui olonomia fornisce invarianti di trecce pure (a 3 e 4 fili). Cruciale risulta l'interpretazione degli integrali di Chen coinvolti in termini di monodromia di iperlogaritmi, assieme ad un procedimento di linearizzazione, ideato da A. Benvegnù, che semplifica enormemente i calcoli.

2. Applicazioni alla Fisica Matematica

2.1.Geometrizzazione della teoria dei vortici ([9], [14], [20], [26], [10], [12], [16], [27], [30], [32], [35], [36])

In [9] sviluppiamo una descrizione geometrica della teoria dei *vortici quantistici* sviluppata da Rasetti e Regge, basandoci sulle tecniche di geometria simplettica di Marsden e Weinstein e sulla quantizzazione geometrica di Kirillov-Kostant-Souriau. L'*algebra delle correnti* di Rasetti e Regge viene interpretata in modo naturale come *algebra hamiltoniana* associata ad una particolare orbita coaggiunta di $G := sDiff(\mathbf{R}^3)$ etichettata dalla *vorticità*, concentrata su una curva chiusa, o, più in generale, su un link in $\mathbf{R}^3$. La condizione di *prequantizzazione* di questa orbita è connessa alla *quantizzazione di Feynman-Onsager* (reinterpretata alla Bohr-Sommerfeld in [35] (v.sopra, 1.5) (cf. anche [36]). Inoltre essa è formalmente una varietà *Kähleriana*, risultato raggiunto ed esteso successivamente da Brylinski. In [14] si estendono tali idee al caso in cui il campo di vorticità sia liscio, ottenendo una vivida descrizione geometrica delle classiche variabili di Clebsch, associando a queste opportune varietà Kähleriane costruite a partire da mappe lisce da S^3 in S^2 (classificate dall'invariante di Hopf, calcolato alla Whitehead). Introduciamo quindi i candidati naturali per gli stati coerenti (v. anche oltre) del sistema, suggerendo nello stesso tempo un procedimento per la costruzione dello spazio di Hilbert quantistico che prescinda dalla costruzione di una misura, la cui esistenza è in tale contesto problematica. Seguendo Rasetti e Regge, interpretiamo gli invarianti di un link come numeri quantici del sistema, e ciò porta alla già descritta costruzione in termini di integrali di Chen. Tale problematica è approfondita in [30], in cui si studia più da vicino il limite di stringa (a partire dal caso esteso) e si analizzano le discrepanze tra la quantizzazione geometrica e quella canonica in dimensione 2, notando un possibile interessante collegamento con i gruppi quantici.

Nel lavoro [26] si sviluppa una teoria di vortici puntuali su superficie di Riemann fisicamente motivata, facendo uso della classica teoria di Abel-Jacobi-Riemann: si costruisce lo *spazio delle fasi* naturale per una tale dinamica, (un prodotto di due spazi proiettivi associati ad uno spazio di Riemann-Roch), descrivendo l'hamiltoniana per mezzo del teorema di fattorizzazione di Riemann in termini di funzioni *theta*, facendo anche uso della teoria della *funzione di Green.*

2.2. Principio di Indeterminazione di Heisenberg generalizzato. Proprietà degli stati coerenti. Meccanica quantistica geometrica. Monodromia ([18], [28], [34], [38], [39], [40], [45])

> Le tecniche della quantizzazione geometrica consentono poi di comprendere in modo naturale il concetto di "stato coerente" (dovuto inizialmente a Schrödinger) e di grandissima utilità in numerosi rami della Fisica. Qui possiamo solo ricordare che nel contesto delle varietà Kähleriane (seguendo Rawnsley), gli stati coerenti sono essenzialmente sezioni olomorfe del fibrato in questione indotte (attraverso il teorema di Riesz) dalla mappa di valutazione di una sezione olomorfa in un punto della varietà.
>
> Nel caso compatto si ritrova essenzialmente la mappa di immersione di Kodaira. Se interpretiamo la varietà Kähleriana come lo spazio delle fasi di un sistema classico, gli stati coerenti rappresentano gli stati quantistici che più si avvicinano ad un comportamento classico (vale a dire, essi minimizzano le relazioni di indeterminazione di Heisenberg e/o le loro generalizzazioni). Nell'ambito della teoria dei gruppi l'introduzione degli stati coerenti risale indipendentemente a Perelomov e Rasetti.

In [18] si studiano inoltre le proprietà di interesse fisico degli stati coerenti di Rawnsley in termini geometrico differenziale, pervenendo ad un *Principio di Indeterminazione di Heisenberg generalizzato*, e si identifica la dispersione invariante di Perelomov e Delbourgo con il quadrato di un'applicazione momento. In [28] si fornisce una differente formulazione di stato coerente (equivalente a quella di Rawnsley) e si deducono ulteriori proprietà geometriche e in particolare un criterio di ampiezza di un fibrato lineare olomorfo positivo su una varietà Kähleriana in termini di *diastasi* di Calabi. Come applicazione viene fornita una dimostrazione di tipo diastatico del teorema di Abel-Jacobi e vengono dedotte nuove *identità theta*. Viene anche discusso il legame tra la quantizzazione geometrica e la quantizzazione di Klauder in termini di integrali sui cammini (alla Feynman).

Il lavoro [34] (in collaborazione con A.Benvegnù e N.Sansonetto) si colloca invece nell'ambito della cosiddetta meccanica quantistica geometrica, mirante a descrivere la meccanica quantistica in termini di meccanica classica sullo spazio degli stati, dato dallo spazio proiettivo associato allo spazio di Hilbert della teoria. Dimostriamo, in completa generalità, che in tal modo la dinamica di Schrödinger é completamente integrabile, e che le probabilità di transizione diventano variabili di azione. Mediante tale punto di vista si getta nuova luce sul fenomeno della fase di Berry, e sul processo di misura, che riceve (nell'approccio dovuto a Bohm) una naturale descrizione in termini di teoria geometrica degli invarianti. Inoltre, si calcola esplicitamente la funzione di partizione del relativo ensemble canonico introdotta da Brody e Hughston tramite la formula di Duistermaat ed Heckman (e anche in modo diretto).

Il lavoro [37] è una naturale prosecuzione di [34]; si discutono ulteriori proprietà geometriche della dispersione, cui si associa in modo naturale un campo di Jacobi su una geodetica congiungente due autostati dell'energia. In virtù dell'integrabilità della dinamica, se letta in modo classico, e dell'interpretazione proiettiva (quali birapporti) delle probabilit'a di transizione, risulta naturale associare a tale situazione una curva ellittica (toro algebrico) in cui si immerge il ciclo della dinamica. Tali considerazioni conducono anche ad un'interpretazione "cinematica" della relazione di Legendre tra integrali ellittici completi di prima e di seconda specie. Successivamente si discutono in modo puramente geometrico le rappresentazioni irriducibili del gruppo delle trecce a tre fili (e conseguentemente del gruppo modulare), confrontandolo con l'approccio algebrico di L. Kauffman. In seguito, si determina un criterio di intrecciamento (entanglement) per stati a più particelle in termini delle applicazioni di Segre, successivamente esteso a intrecci parziali. Si reinterpreta la situazione relativa allo spazio a 2-qubit (spazio proiettivo tridimensionale) in termini di geometria algebrica classica. Infine, si nota l'emergere di una suggestiva struttura geometrica sottostante il processo di misura di opportune generalizzazioni degli stati GHZ, che conduce ad un collegamento con i link Brunniani, estendendo le pionieristiche osservazioni di P.K. Aravind. Tale approccio illustra anche esempi di geometrie finite su $\mathbf{F}_2$.

In [39] si discutono le proprietà idrodinamiche dei campi di Killing su una varietà Riemanniana di dimensione finita, dimostrando che essi soddisfano l'equazione stazionaria di Eulero con termine di pressione dato dal quadrato della lunghezza del campo. Si applica tale risultato al caso della meccanica quantistica geometrica, ove il campo di Killing è il campo vettoriale fondamentale sullo spazio proiettivo indotto dall'Hamiltoniana di Schrödinger. Si calcolano i punti critici della pressione (essenzialmente, il quadrato della dispersione dell'hamiltoniana in un dato stato) e si discute una possibile interpretazione idrodinamica del collasso della funzione d'onda. Nella prima parte del lavoro, si fornisce un'interpretazione idrodinamica dello spin come vorticità di un fluido perfetto bidimensionale.

Il lavoro [45] costituisce una rassegna dei lavori precedenti, e raccoglie parte del ciclo di conferenze tenuto a Varna dal sottoscritto nel giugno 2011.

In [40] si discute la monodromia (classica e quantistica) dei sistemi Hamiltoniani bidimensionali completamente integrabili dal punto di vista della quantizzazione geometrica (e della relativa teoria di Bohr-Sommerfeld) utilizzando le funzioni theta. Si collega la monodromia alla libertà di scelta di una connessione prequantistica e ad una nozione più fine di equivalenza di gauge. Inoltre si prova l'esistenza di un'applicazione naturale che collega l'olonomia della connessione piatta canonica associata alla monodromia (indotta dal carattere *locale* delle variabili di azione) a quella della connessione del "calore" sulle funzioni theta (di livello 2); in particolare la variazione del numero di rotazione (indicatore della monodromia) su un cammino omotopicamente non banale dello spazio base della fibrazione Lagrangiana (con singolarità) è collegata all'intreccio (braiding) di due delle radici della cubica ellittica associata ad un dato toro lagrangiano. Il numero di rotazione assieme al periodo di "primo ritorno", dànno vita al parametro modulare delle funzioni theta coinvolte. Il caso classico del pendolo sferico viene riesaminato alla luce delle tecniche qui introdotte, esaminando il braiding delle radici di due integrali ellittici di terza e prima specie (esprimenti appunto il numero di rotazione e il periodo di primo ritorno, rispettivamente).

2.3. Quantizzazione geometrica del problema di Keplero ([7])

In questo lavoro si ritrova la quantizzazione geometrica del problema di Keplero (atomo di idrogeno) dovuta a Simms in maniera particolarmente semplice e trasparente dal punto di vista fisico; Il punto di partenza è la regolarizzazione di Kunstanheimo-Stiefel nella forma dovuta a Kummer, il quale trasforma il sistema di Keplero in una collezione di quattro oscillatori classici vincolati; la derivazione si basa sul teorema di immersione di Kodaira. La varietà simplettica ridotta, nel senso di Marsden-Weinstein, associata ad un prefissato livello di energia (negativa) corrispondente al prodotto cartesiano di due sfere di Riemann, che si immerge in uno spazio proiettivo complesso tridimensionale tramite la mappa di Segre. I pull-back (rispetto a quest'ultima mappa) dei multipli del fibrato sezione iperpiana sul proiettivo (le cui sezioni olomorfe forniscono i livelli energetici del sistema di oscillatori) determinano i livelli energetici dell'atomo di idrogeno e la relativa molteplicità.

2.4. Ciclo di Maslov, dualità di Poincaré e materiali iperelastici. Applicazioni ai nodi ([23], [35])

Nel lavoro [23] proponiamo un'applicazione dell'indice di Maslov (che gioca un ruolo fondamentale nella quantizzazione dei sistemi fisici, alla teoria dei *materiali iperelastici generalizzati*. Proponiamo l'aggiunta, nel bilancio totale del *lavoro delle forze interne* lungo una curva (giacente su una *sottovarietà lagrangiana* di un opportuno fibrato cotangente rappresentante il materiale) di un termine proporzionale all'indice di Maslov della curva. Ciò è suggerito dalla descrizione locale alla Maslov-Hörmander del materiale, che appare come varietà critica associata ad una funzione di fase (famiglia di Morse) rispetto ad alcuni parametri aggiuntivi, che in tale contesto vengono interpretati come *polarizzazioni*. L'attraversamento del ciclo di Maslov (punti della varietà in cui l'Hessiano è degenere) corrisponde al passaggio tra due differenti domini strutturali del materiale e contribuisce ad una sorta di *lavoro latente di transizione*. Tale contributo può essere ancora espresso come integrale di una 1-forma, il *duale di Poincarè* del ciclo di Maslov.

Un analogo della teoria di Maslov per i nodi è sviluppato in [35] (con A.Besana).

2.5. Relazioni canoniche di commutazione di Weyl- Heisenberg come curvatura di una connessione (non commutativa) ([11])

Tale lavoro è fortemente ispirato a [5] e ne costituisce la generalizzazione al caso non commutativo. Il campo diviene una connessione e le relazioni di commutazione esprimono la curvatura di questa. La forma di Weyl associata si interpreta in termini di trasporto parallelo. Gli stati coerenti di Fock divengono spazi di moduli di strutture olomorfe non commutative.

3. Applicazioni alla visione computazionale

Geometria riemanniana e visione computazionale ([42], [48])

M.S. ha recentemente cominciato a collaborare con alcuni informatici del suo dipartimento (del gruppo VIPS, diretto dal Prof. V. Murino), su problemi legati alla visione computazionale, in particolare la ricostruzione di immagini- che necessitano di tecniche avanzate di geometria riemanniana. In [42] (accettato sugli atti dell'ECCV 2010) e con comunicazione orale, si è in particolare calcolata e utilizzata la curvatura sezionale (non positiva) dello spazio delle matrici di covarianza. In [48] si utilizza la formula di Campbell-Baker-Hausdorff per determinare una prima approssimazione della distanza geodetica oltre quella euclidea, ottenendo prestazioni notevolmente superiori all'attuale stato dell'arte in contesti di videosorveglianza.

****

Altri lavori

Teoria C-algebrica dei campi quantizzati, [1-4]*

Inizialmente M.S. ha preso le mosse dalla teoria algebrica dei campi quantizzati, nella quale è stato introdotto dal Prof.S.Doplicher. Tale teoria inquadra la teoria quantistica dei campi nell'ambito della teoria delle C^*-algebre e delle W^*-algebre. M.S. si è occupato in particolare, con S.Doplicher ([1],[2]) e S.Scarlatti ([4]) di questioni connesse al cosiddetto problema infrarosso per particolari sistemi fisici, che matematicamente si traduce nella costruzione di rappresentazioni della C^*-algebra associata al sistema fisico avente particolari proprietà.

> Nella formulazione algebrica della teoria quantistica dei campi, dovuta a R. Haag e D. Kastler, ad ogni sistema fisico viene associata una C^*-algebra (algebra "quasi locale") limite induttivo di C^*-algebre (dette locali) associate a regioni dello spazio-tempo e i cui elementi autoaggiunti rappresentano, dal punto di vista fisico, le operazioni di misura che possono essere condotte all'interno della regione (osservabili locali).
>
> Tra le varie proprietà delle algebre locali della teoria di Haag-Kastler vie è il postulato di covarianza relativistica, il quale richiede un'azione del gruppo universale di rivestimento del gruppo di Poincaré ristretto tramite un gruppo di *-automorfismi dell'algebra che preservi la struttura locale. Di grande importanza è lo studio delle rappresentazioni positive dell'algebra quasi-locale, ossia di quelle rappresentazioni in cui il gruppo delle traslazioni sia unitariamente implementato e tali che lo spettro congiunto dei generatori sia contenuto nel cono di luce futuro C^*-algebra (nello spazio dei momenti) ("positività dell'energia" o "condizione spettrale"). Tra queste ha particolare importanza la rappresentazione di Fock, ottenuta per mezzo della rappresentazione di GNS (Gelfand-Naimark-Segal) a partire da un vettore ciclico invariante sotto l'azione del gruppo di Poincaré ristretto. Un'altra proprietà importante dal punto di vista fisico è la normalità locale, vale a dire la quasi-equivalenza della rappresentazione data e della rappresentazione di Fock se ristrette ad una qualunque regione limitata dello spazio-tempo. Prendendo in considerazione il cono di luce futuro o, rispettivamente, entrambi i coni, si ottengono i concetti di "classe di carica" e di "classe di carica modificata".

In [1] si dimostra (facendo uso del risultato di Glimm e Marechal che stabilisce che tutte le algebre di von Neumann con preduale separabile si ottengono come chiusura debole di una rappresentazione positiva dell'algebra quasi-locale associata al campo di Dirac (o di Majorana) libero di massa zero, in questo caso la C*-algebra pari delle *Relazioni Canoniche di Anticommutazione (CAR).* In particolare i *fattori di Powers* si ottengono con una costruzione elementare (basata sugli stati quasi liberi delle CAR dovuta a Powers e Størmer) che appare già nella tesi di laurea di M.S., e corrispondono a rappresentazioni infrarosse "esotiche".

Tale lavoro fornisce una risposta esauriente (e negativa) ad una congettura avanzata da D. Buchholz sul legame tra tipo dell'algebra di von Neumann locale e condizione spettrale.

In [2] ci si concentra su questi esempi e si costruiscono rappresentazioni *normali* sul cono di luce futuro e *disgiunte* dalla rappresentazione di Fock sul cono di luce passato (e viceversa); si prova poi esplicitamente la normalità locale. Decisiva è in particolare l'applicazione di una disuguaglianza dovuta al sottoscritto.

In [3] si riesamina l'intera problematica alla luce di ulteriori risultati.

In [4] si prova parte di una congettura enunciata in [2] e [3]: nel caso del campo di Dirac libero di massa zero ogni rappresentazione infrarossa (contenente solo "stati di particelle") nella classe di carica modificata è quasi-equivalente alla rappresentazione di Fock.

ATTIVITÀ DIDATTICA

Roma Tor Vergata 1984-1989 - Padova 1989-2006 - Verona 2006 –

• **Esercitazioni**
Analisi Matematica I
Analisi Matematica II
Metodi Matematici per l'Ingegneria
(Professori M. Bardi, A. Chiffi, G. Colombo, F.S. De Blasi, E. Gonzalez, M. Pitteri, F. Rampazzo, G. Zampieri (ordine alfabetico)

• **Corsi tenuti** (a partire dal 1991)

Facoltà di Ingegneria (Padova)

Analisi Matematica II (a.a. 1991/92, 1992/93, 1993/94; 2001/02(N.O.)) -Ingegneria Gestionale;
Analisi Matematica I (a.a. 1994/95, Ingegneria Informatica);
Metodi Matematici per l'Ingegneria (a.a. 1995/96, 1996/97, 1997/98, 1998/99, 1999/2000 - Ingegneria Informatica;
Geometria V.O.(a.a. 1998/99, 1999/2000, 2000/01) - Ingegneria Gestionale;
Geometria N.O. (a.a 2001/02, 2002/03) -Ingegneria Gestionale);
Matematica B1 (a.a 2003/04, 2004/05, 2005/06, 2006/07) -Ing. Elettronica (Meccatronica dal 2004/05), Gestionale e Meccanica;

Facoltà di Scienze M.F.N.(Padova)

Topologia (mod. B) (a.a. 1995/96, 1996/97, 1997/98)
Geometria Differenziale (corso di dottorato) (a.a.1992/93).
Introduzione alla teoria dei nodi (corso di dottorato) (gennaio-febbraio 2003).

Introduzione ai metodi geometrici e topologici dell'idrodinamica (corso di dottorato) (aprile-giugno 2007)

Facoltà di Scienze M.F.N. (Università Cattolica del Sacro Cuore), Brescia

Analisi superiore (a.a.1992/93 e 1993/94)
Geometria superiore (1^0 mod.) (a.a. 1998/99)
Geometria 3 (a.a. 2010/11)
Geometria II (a.a. 2011/12)

Facoltà di Scienze M.F.N.(Milano)

Aspetti geometrici e combinatori della teoria dei nodi (corso di dottorato) (ottobre-novembre 2001).

Facoltà di Scienze M.F.N.(Verona)

Geometria (a.a. 2006/07; 2007/08; 2008/09; 2009/10; 2010/11; 2011/12)
Geometria Computazionale (modulo base a.a. 2007/08)
Algebra Lineare con Elementi di Geometria (modulo avanzato, a.a. 2007/08 - 2008/09; modulo: Elementi di Geometria a.a. 2009/10; 2010/11; 2011/12)
Analisi I (per Bioinformatici; secondo modulo, a.a. 2007/08)
Elementi di Topologia (corso di dottorato per informatici, 2009)
Topologia e Geometria Differenziale (LM, a.a. 2009/10, 2010/11, 2011/12)

L'attività didattica è stata sempre svolta e continua a svolgersi con impegno e disponibilità nei riguardi degli studenti. Inoltre M.S. ha sempre cercato di porgere la materia trattata, anche se standard, in modo originale, e ha prodotto dispense manoscritte contenenti l'intero programma di *tutti* i corsi insegnati. Le note (scansionate) dei corsi impartiti nell'ateneo veronese sono disponibili online alla pagina www.di.univr.it/~spera.

M.S. ha curato e cura attualmente lo svolgimento di tesi di laurea (vecchio e nuovo ordinamento) e di dottorato (Padova, Ferrara, Milano, UCSC Brescia, Verona). In particolare, numerose sono le tesi triennali di argomento geometrico seguite presso l'ateneo veronese.

Tesi di dottorato:

Dott. Alberto Besana - Università degli Studi di Milano
tesi: *Framed knots, Lagrangian submanifolds and geometric quantization*, marzo 2005.

Dott. Alberto Benvegnù - Università di Ferrara
tesi: *Geometric aspects of quantum mechanics*, febbraio 2007.

Ha spesso avuto occasione di orientare, negli anni padovani, anche laureandi in ingegneria riguardo agli aspetti matematici del loro lavoro. Lo stesso avviene per gli studenti (in particolare di dottorato) di informatica dell'ateneo veronese.

Altri corsi e conferenze

M.S. ha anche tenuto corsi e conferenze rivolte a studenti e insegnanti di scuola secondaria superiore, tra cui

* L'analisi matematica tra intuizione e rigore
(autunno 1997) (10 ore, per insegnanti - UCSC Brescia).

* Lezione di Analisi Matematica (2 ore) di preparazione per i concorsi a cattedra (7/10/1999, presso l'Editrice La Scuola, Brescia).

* L'eredità di Einstein
(conferenza divulgativa, Liceo C. Marzoli, Palazzolo sull'Oglio, 5/3/2007).

* La geometria proiettiva da Piero della Francesca alla visione computerizzata (conferenza Mathesis di Brescia, 18/11/2007).

Compiti organizzativi

M. Spera ha fatto parte del Comitato Ordinatore di Ingegneria Meccatronica (Vicenza) e della relativa Commissione Didattica, quale rappresentante per le materie di base, da settembre 2004 a settembre 2006.

Presso l'Università di Verona ha svolto e svolge vari compiti organizzativi rivolti soprattutto ai CCL L35-Matematica Applicata e LM40-Matematica (commissioni ufficiali e/o consultive per l'adeguamento dell'ordinamento al DM 270 e per la Laurea Magistrale, per l'assegnazione di assegni di ricerca e per il reclutamento, commissione paritetica per le due lauree).

È stato responsabile scientifico dell'assegno di ricerca AdR 819/07: "Geometria globale dei sistemi completamente integrabili", usufruito dal Dott. Nicola SANSONETTO (1 maggio 2007 - 30 aprile 2008), concretizzatosi nel lavoro [40]. È stato responsabile scientifico dell' assegno di ricerca AdR 1083/08: "Meccanica quantistica geometrica e applicazioni", usufruito dal Dott. Alberto BENVEGNÙ (1^0 gennaio 2009 - 31 dicembre 2009, esteso fino al 31 maggio 2010), che è concretizzato nel lavoro [47].

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI DI MAURO SPERA
e dei preprint e lavori in preparazione finale
aggiornato ad aprile 2012

[1] S. Doplicher, M. Spera *Representations Obeying the Spectrum Condition*
Comm.Math.Phys. **84** (1982), 505-513.

[2] S. Doplicher, M. Spera *Local Normality Properties of Some Infrared Representations*
Comm.Math.Phys. **89** (1983), 19-25.

[3] M. Spera *Type and Normality Properties of Some Infrared Representations*
Proceedings of the International Workshop on Quantum Probability and Applications to the Theory of Irreversible Processes Villa Mondragone (Roma), 1982. L. Accardi, A. Frigerio and V. Gorini (eds.) Springer Lecture Notes in Mathematics 1055 (1984), 352-355.

[4] S. Scarlatti, M. Spera *The Charge Class of the Vacuum State in a Free Massless Dirac Field Theory*
Proceedings of the II Workshop on Quantum Probability and Applications Heidelberg (D), 1984. L.Accardi, W. von Waldenfels (eds.) Springer Lecture Notes in Mathematics 1136 (1985), 453-462.

[5] M. Spera *Quantization on Abelian Varieties*
Rend.Sem.Mat.Politec.Torino **44** (1986), 383-392.

[6] M. Spera *Quantum Mechanical Commutation Relations and Differential Geometry (Classical and Non Commutative)*
Proceedings of the 10th Annual Open University Conference on Statistical Mechanics, Milton Keynes (UK), 1987. A.I. Solomon (ed.) World Scientific, Singapore (1988), 74-100.

[7] G. Gaeta, M. Spera *Remarks on the Geometric Quantization of the Kepler Problem*
Lett.Math.Phys **16** (1988), 189-197.

[8] M. Spera *Yang Mills Theory in Non Commutative Differential Geometry*
Proceedings of the Workshop on Differential Geometry and Topology, Cala Gonone, 1988.
R. Caddeo and F. Tricerri (eds.)
Rend.Sem.Mat.Fac. Sc.Univ.Cagliari Suppl.V.**58** (1988), 409-421.

[9] V. Penna, M. Spera *A Geometric Approach to Quantum Vortices*
J.Math.Phys **30** (1989), 2278-2284.

[10] V. Penna, M. Rasetti, M. Spera *Iterated Path Integral Realization of Quantum Vortex Currents: Construction of the Topological Invariants*
Intl.J.Mod Phys.B **4** (1990), 1289-1315.

[11] M. Spera *A Non Commutative Geometric Reinterpretation of the Canonical Commutation Relations*
Boll.Un.Mat.Ital.**5-B** (1991), 53-63.

[12] V. Penna, M. Rasetti, M. Spera *Chen's Iterated Path Integrals, Quantum Vortices and Link Invariants*
Mechanics, Analysis and geometry: 200 Years after Lagrange M.Francaviglia (Ed.) Elsevier Science Publishers B.V. (1991), 513-526.

[13] M. Spera *Sobolev Theory for Non Commutative Tori*
Rend.Sem.Mat.Univ.Padova **86** (1991), 143-156.

[14] V. Penna, M. Spera *On Coadjoint Orbits of Rotational Perfect Fluids*

J.Math.Phys **33** (1992), 901-909.

[15] M. Spera *A Symplectic Approach to Yang Mills Theory for Non Commutative Tori* Canad.J.Math. **44** (1992), 368-387.

[16] V. Penna, M. Spera *Geometry of Quantum Vortices and Link Invariants* Intl.J.Mod Phys.B **6** (1992), 2209-2216.

[17] M. Spera, G. Valli *Remarks on Calabi's Diastasis Function and Coherent States* Quart.J.Math.**44** (1993), 497-512.

[18] M. Spera *On a Generalized Uncertainty Principle, Coherent States, and the Moment Map* J.Geom.Phys.**12** (1993), 165-182.

[19] M. Spera *A Note on Yang Mills Minima on Rieffel Modules Over Higher Dimensional Non Commutative Tori*
Boll.Un.Mat.Ital. **8-A** (1994), 365-375.

[20] V. Penna, M. Spera *An Application of Geometric Quantization and Coherent States to Vortex Theory*
Quantization and Coherent State Methods - Proceedings of the XI Workshop on Geometric Methods in Physics, Bialowieza, Poland, 1992. S.T.Ali, I.Mladenov, A.Odijewicz (eds.), World Scientific, Singapore (1993), 66-74.

[21] M. Spera, G. Valli *Plücker Embedding of the Hilbert Space Grassmannian and the CAR algebra* Russian.J.Math.Phys. **2** (1994), 383-392.

[22] M. Spera *Plücker Embedding of the Hilbert Space Grassmannian and Boson-Fermion Correspondence via Coherent States*
Quantization and Infinite Dimensional Systems - Proceedings of the XII Workshop on Geometric Methods in Physics, Bialowieza, Poland, July 1993, J.P.Antoine, S.T.Ali, W.Lisiecki, I.Mladenov, A.Odijewicz (eds.) Plenum Press, New York (1994), 61-66.

[23] F. Cardin, M. Spera *On the Internal Work in Generalized Hyperelastic Materials* Meccanica **30** (1995), 727-734.

[24] M. Spera *A C^* Algebraic Approach to Determinants and Pfaffians*
Proceedings of the Workshop Modern Methods in Classical and Quantum Gravity Sintra (PT), 1995 Acta Cosmologica, Fasciculus XXI-2 1995, 203-208.

[25] M. Spera, T. Wurzbacher *Determinants, Pfaffians, and Quasifree Representations the CAR algebra*
Reviews in Mathematical Physics **10** (1998), 705-721.

[26] V. Penna, M. Spera *Remarks on Quantum Vortex Theory on Riemann Surfaces* J.Geom.Phys. **27** (1998), 99-112.

[27] V. Penna, M. Rasetti, M. Spera *Quantum Dynamics of 3-D Vortices*
in "Secondary Calculus and Cohomological Physics", M.Henneaux, J.Krasil'shchik, A.Vinogradov (Eds.) Contemporary Mathematics **219** (1998), 173-193.

[28] M. Spera *On Kählerian Coherent States*
Proceedings of the Workshop "Geometry, Integrability and Quantization" Varna, Bulgaria, 1-10 Sept.1999; I.Mladenov e G.Naber, Eds. Coral Press, Sofia (2000), 241-256.

[29] M. Spera, T. Wurzbacher *Differential Geometry of Grassmannian Embeddings of Based Loop Groups*
Differential Geometry and Its Applications **13** (2000), 43-75.

[30] V. Penna, M. Spera *String limit of vortex current algebra*
Phys.Rev.B **62** (2000), 14547-14553.

[31] F. Coiai, M. Spera *A note on the Kastler-Kalau-Walze theorem and the spectral action principle*
Class.Quantum Grav.**18** (2001), 415-419.

[32] V. Penna, M. Spera *Higher order linking numbers, curvature and holonomy*
J.Knot Theory Ram. **11** n.5 (2002) 701-723.

[33] M. Spera, T. Wurzbacher *The Dirac-Ramond operator on loops in flat space*
J.Funct.An. **197** (2003), 110-139.

[34] A. Benvegnù, N. Sansonetto, M. Spera *Remarks on geometric quantum mechanics*
J.Geom.Phys. **51** (2004), 229-243.

[35] A. Besana, M. Spera *On some symplectic aspects of knot framings*
J.Knot Theory Ram. **15** n.7 (2006), 883-912.

[36] M. Spera *A survey on the differential and symplectic geometry of linking numbers*
Milan J.Math. **74** (2006), 139-197.

[37] A. Benvegnù, M. Spera *On Uncertainty, Braiding and Entanglement in Geometric Quantum Mechanics*
Rev.Math.Phys. **18** (2006), 1075-1102.

[38] M. Spera, T. Wurzbacher *Twistor spaces and spinors over loop spaces*
Math.Ann. **338** (2007), 801-843.

[39] M. Spera *On some hydrodynamical aspects of quantum mechanics*
Central European Journal of Physics **8** (2010), 42-48.

[40] N. Sansonetto, M. Spera *Hamiltonian monodromy via geometric quantization and theta functions*
J.Geom. Phys. **60** (2010), 501-512.

[41] M. Spera, T. Wurzbacher *Good coverings for section spaces of fibre bundles*
Topology and its Applications **157** (2010), 1081-1085.

[42] D. Tosato, M. Farenzena, M. Cristani, M. Spera, V. Murino *Multi-class Classification on Riemannian Manifolds for Video Surveillance* K. Daniilidis, P. Maragos, N. Paragios (Eds.): ECCV 2010, Part II, LNCS 6312, pp. 378-391, 2010. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010

[43] E. Previato, M. Spera *Isometric Embeddings of Infinite-Dimensional Grassmannians*, Regular & Chaotic Dynamics **16** (2011), 356-373.

[44] M. Spera *A note on n-gerbes and transgressions*, Portugaliae Mathematica **68** (2011), 381-387.

[45] M. Spera *Geometric methods in quantum mechanics* J. Geom. Symmetry Phys. **24** (2011), 1-44.
(articolo di rassegna - Proc.XIII Conference on "Geometry, Integrability and Quantization" Varna, Bulgaria, 3-8 June 2011; I. Mladenov, G. Vilasi, A. Yoshioka Eds.)

[46] M. Spera *The Riemann zeta function as an equivariant Dirac index*, accettato su International Journal of Geometric Methods in Modern Physics (v.9 n.8, dicembre 2012)

Preprint

[47] A. Benvegnù, M. Spera *Low-dimensional pure braid group representations via nilpotent flat connections.* Preprint 2010-11. Inviato per la pubblicazione.

[48] D. Tosato, M. Spera, M. Cristani, V. Murino, *Characterizing humans on Riemannian manifolds*, Preprint 2011, inviato per la pubblicazione.

Lavori in preparazione finale

[49] M. Spera, T. Wurzbacher *Looped connections on principal bundles and Dirac-Ramond operators*

Pubblicazioni di carattere didattico

• M. Spera, E. Zizioli *Calcolo di limiti per mezzo del teorema di Lagrange*
Didattica delle Scienze e Informatica nella Scuola, Ed.La Scuola, Brescia **169** (1994), 43-44.

• M. Spera *Sistemi dinamici planari e topologia - breve nota* in: *Introduzione all'Analisi Qualitativa delle Equazioni Differenziali Ordinarie*, di M. Squassina e S. Zuccher, e-book, Apogeo, Milano (2008), pp. 307-325.

• M. Spera *L'eredità di Einstein* (in corso di pubblicazione sulla rivista "Nuova Secondaria", 2012)

Brescia, 2012

(Mauro Spera)

APPENDICE: Breve curriculum (versione inglese)

Short CV - Mauro Spera

M.S. (Rome, 10th February 1958) is currently Associate Professor of Geometry, Faculty of Mathematical, Physical and Natural Sciences, University of Verona, Italy (since 22nd December 2006 - previously in Padua, Faculty of Engineering, since 1st November 1999). He had been formerly Assistant Professor ("ricercatore") in Analysis since 1984. He started his scientific career in operator algebras (specifically algebraic quantum field theory) soon becoming strongly interested in geometry, both classical and noncommutative, whilst keeping involved in mathematical and theoretical physics issues throughout.

He mainly addresses infinite dimensional geometrical situations, combining a variety of tools coming from differential geometry and algebraic topology together with functional analytical techniques, partly coming from his earlier formation.

His present reseach interests (which are closely related to one another) include infinite dimensional Grassmannians, geometric quantization and more generally, geometric methods in quantum mechanics, vortex theory and link invariants, and loop space extensions of the index theory, and application of Riemannian geometry to computer vision. He authored or coauthored more than forty research papers on internationally renowned journals, interacts at various levels with many distinguished scholars, and participated in several national and international conferences. He visited at various stages the universities of Strasbourg and Metz and benefited from the RiP programme of the Volkswagen Stiftung at the Mathematisches Forschungsinstitut in Oberwolfach in 1997.

He has been Associate Editor of the *Journal of Geometry and Symmetry in Physics* (Editor in Chief: Ivailo Mladenov, Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, BG), 2003-2008.

He gave (under)graduate and postgraduate level courses - in Padua, Brescia (Catholic University), Milan, Verona - in analysis, geometry and topology. He is committed to careful and original teaching and has produced (handwritten) lecture notes for every course he gave. He has been advisor of two Ph.D. students in Mathematics (in Milan and Ferrara, respectively). A list of selected publications is herewith attached.

Mauro Spera - Selected Publications
updated to April 2012

[1] S. Doplicher, M. Spera *Representations Obeying the Spectrum Condition*
Comm.Math.Phys. **84** (1982), 505-513.

[2] S. Doplicher, M. Spera *Local Normality Properties of Some Infrared Representations*
Comm.Math.Phys. **89** (1983), 19-25.

[3] M. Spera *Quantization on Abelian Varieties*
Rend.Sem.Mat.Politec.Torino **44** (1986), 383-392.

[4] G. Gaeta, M. Spera *Remarks on the Geometric Quantization of the Kepler Problem*
Lett.Math.Phys **16** (1988), 189-197.

[5] M. Spera *Yang Mills Theory in Non Commutative Differential Geometry*
Proceedings of the Workshop on Differential Geometry and Topology, Cala Gonone, 1988.
R. Caddeo and F. Tricerri (eds.)
Rend.Sem.Mat.Fac. Sc.Univ.Cagliari Suppl.V.**58** (1988), 409-421.

[6] V. Penna, M. Spera *A Geometric Approach to Quantum Vortices*
J.Math.Phys **30** (1989), 2278-2284.

[7] V. Penna, M. Rasetti, M. Spera *Iterated Path Integral Realization of Quantum Vortex Currents: Construction of the Topological Invariants*
Intl.J.Mod Phys.B **4** (1990), 1289-1315.

[8] M. Spera *Sobolev Theory for Non Commutative Tori*
Rend.Sem.Mat.Univ.Padova **86**(1991), 143-156.

[9] V. Penna, M. Spera *On Coadjoint Orbits of Rotational Perfect Fluids*
J.Math.Phys **33** (1992), 901-909.

[10] M. Spera *A Symplectic Approach to Yang Mills Theory for Non Commutative Tori*
Canad.J.Math. **44** (1992), 368-387.

[11] M. Spera, G. Valli *Remarks on Calabi's Diastasis Function and Coherent States*
Quart.J.Math.**44** (1993), 497-512.

[12] M. Spera *On a Generalized Uncertainty Principle, Coherent States, and the Moment Map*
J.Geom.Phys.**12** (1993), 165-182.

[13] M. Spera *A Note on Yang Mills Minima on Rieffel Modules Over Higher Dimensional Non Commutative Tori*
Boll.Un.Mat.Ital. **8-A** (1994), 365-375.

[14] M. Spera, G. Valli *Plücker Embedding of the Hilbert Space Grassmannian and the CAR algebra*
Russian.J.Math.Phys. **2** (1994), 383-392.

[15] F. Cardin, M. Spera *On the Internal Work in Generalized Hyperelastic Materials*
Meccanica **30** (1995), 727-734.

[16] M. Spera, T. Wurzbacher *Determinants, Pfaffians, and Quasifree Representations the CAR algebra*
Rev.Math.Phys.**10** (1998), 705-721.

[17] V. Penna, M. Spera *Remarks on Quantum Vortex Theory on Riemann Surfaces*
J.Geom.Phys. **27** (1998), 99-112.

[18] V. Penna, M. Rasetti, M. Spera *Quantum Dynamics of 3-D Vortices*
in "Secondary Calculus and Cohomological Physics", M.Henneaux, J.Krasil'shchik, A.Vinogradov (Eds.) Contemporary Mathematics **219** (1998), 173-193.

[19] M. Spera *On Kählerian Coherent States*
Proceedings of the Workshop "Geometry, Integrability and Quantization" Varna, Bulgaria, 1-10 Sept.1999; I.Mladenov e G.Naber, Eds. Coral Press, Sofia (2000), 241-256.

[20] M. Spera, T. Wurzbacher *Differential Geometry of Grassmannian Embeddings of Based Loop Groups*
Differential Geometry and its Applications **13** (2000), 43-75.

[21] V. Penna, M. Spera *String limit of vortex current algebra*
Phys.Rev.B **62** (2000), 14547-14553.

[22] F. Coiai, M. Spera *A note on the Kastler-Kalau-Walze theorem and the spectral action principle*
Class.Quantum Grav.**18** (2001), 415-419.

[23] V. Penna, M. Spera *Higher order linking numbers, curvature and holonomy*
J.Knot Theory Ram.**11** n.5 (2002), 701-723.

[24] M. Spera, T. Wurzbacher *The Dirac-Ramond operator on loops in flat space* J.Funct.Analysis **197** (2003), 110-139.

[25] A. Benvegnù, N. Sansonetto, M. Spera *Remarks on geometric quantum mechanics* J.Geom.Phys.**51** (2004), 229-243 .

[26] A. Besana, M. Spera *On some symplectic aspects of knot framings* J.Knot Theory Ram.**15** (2006), 883-912.

[27] M. Spera *A survey on the differential and symplectic geometry of linking numbers* Milan Journal of Mathematics **74** (2006), 139-197.

[28] A. Benvegnù, M. Spera *On Uncertainty, Braiding and Entanglement in Geometric Quantum Mechanics*
Rev.Math.Phys.**18** (2006), 1075-1102.

[29] M. Spera, T. Wurzbacher *Twistor spaces and spinors over loop spaces* Mathematische Annalen **338** (2007), 801-843

[30] M. Spera *On some hydrodynamical aspects of quantum mechanics* Central European Journal of Physics **8** (2010), 42-48.

[31] N. Sansonetto, M. Spera *Hamiltonian monodromy via geometric quantization and theta functions* J.Geom. Phys. **60** (2010), 501-512.

[32] M. Spera, T. Wurzbacher *Good coverings for section spaces of fibre bundles* Topology and its Applications **157** (2010), 1081-1085

[33] D. Tosato, M. Farenzena, M. Cristani, M. Spera, V. Murino *Multi-class Classification on Riemannian Manifolds for Video Surveillance* K. Daniilidis, P. Maragos, N. Paragios (Eds.): ECCV 2010, Part II, LNCS 6312, pp. 378-391, 2010. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010

[34] E. Previato, M. Spera *Isometric Embeddings of Infinite-Dimensional Grassmannians.* Regular & Chaotic Dynamics **16** (2011), 356-373.

[35] M. Spera *A note on n-gerbes and transgressions*, Portugaliae Mathematica **68** (2011), 381-387.

[36] M. Spera *Geometric methods in quantum mechanics* J. Geom. Symmetry Phys. **24** (2011), 1-44 (review article).

[37] M. Spera *The Riemann zeta function as an equivariant Dirac index*, to appear on the "International Journal of Geometric Methods in Modern Physics" (v.9 n.8, December 2012)

Mauro Spera: current research interests

• Loop space extensions of the index theory. Infinite dimensional differential geometry of manifolds emerging in quantum field theory.
([16][20][22][24][27][29][32][34][37])

• Geometric quantization, coherent states and geometric quantum mechanics: general aspects.
([3][4][12][19][25][28][30][31][35][36])

• Geometric aspects of vortex theory and link invariants. Singular knot spaces and their geometric quantization (à la Brylinski),(semi)classical mechanical description of link invariants.
([6][7][9][17][18][21][23][26][27])

• Applications of Riemannian geometry to problems in computer vision.
([33])